

Part A: vocabulary

- ۱- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.
- ۲- گزینه ۲ صحیح می‌باشد
- ۳- گزینه ۳ صحیح می‌باشد
- ۴- گزینه ۳ صحیح می‌باشد
- ۵- گزینه ۴ صحیح می‌باشد
- ۶- گزینه ۱ صحیح می‌باشد
- ۷- گزینه ۲ صحیح می‌باشد
- ۸- گزینه ۳ صحیح می‌باشد
- ۹- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

Part B: Grammar

- ۱۰- گزینه ۳ صحیح می‌باشد
- ۱۱- گزینه ۳ صحیح می‌باشد
- ۱۲- گزینه ۱ صحیح می‌باشد
- ۱۳- گزینه ۲ صحیح می‌باشد
- ۱۴- گزینه ۱ صحیح می‌باشد
- ۱۵- گزینه ۴ صحیح می‌باشد
- ۱۶- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

الف- ترجمه صورت سؤال: کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟

ب- بررسی گزینه صحیح

- ب-۱- ترجمه گزینه چهارم: وجه تمایز «آسفالت قیر محلول» با «آسفالت سیمانی»، مواد لزوج آن می‌باشد.
- ب-۲- علت انتخاب این گزینه: همان‌گونه که از ترجمه این گزینه پیداست و نیز با توجه به مطالب مربوط به «آسفالت سیمانی» و «آسفالت با حلال قیر محلول» برداشت می‌شود که این گزینه صحیح است.

ج- بررسی سایر گزینه‌ها

- ج-۱- گزینه اول صحیح نیست: زیرا آسفالت را یکی مشتقات نفت که حاصل از تبخیر نفت در پالایشگاه است می‌داند، حال آن‌که در متن آمده است که آسفالت می‌تواند به طریق طبیعی یا مصنوعی از تقطیر نفت حاصل شود و صرفاً در پالایشگاه تولید نمی‌شود. نکته قابل توجه در این گزینه این است که جایگاه کلمات و نحوه قرارگیری آن‌ها در جمله، تولید آسفالت را به پالایشگاه منحصر می‌نماید.
- ج-۲- گزینه دوم صحیح نیست: این گزینه آسفالت (AC) را شکل پذیرترین نوع آسفالت می‌داند که واضح است با توجه به متن این بیان صحیح نمی‌باشد. متن صرفاً اشاره داشته است که این آسفالت برای پیاده‌روهای شکل‌پذیر به‌کار می‌رود.
- ج-۳- گزینه سوم صحیح نیست: این گزینه بیان می‌دارد که آسفالت‌های (MC) وقتی به‌کار می‌روند که در هنگام تولید آسفالت و در پایان زمان عمل‌آوری آسفالت، نیاز یکسانی به روان بودن آسفالت می‌باشد، در حالی که متن بیان می‌دارد، زمانی از آسفالت (MC) استفاده می‌شود که به روان بودن بیشتر در زمان ساخت نسبت به پایان عمل‌آوری نیاز است.

۱۷- گزینه ۱ صحیح می باشد.

الف- ترجمه صورت سؤال: نزدیک ترین مترادف برای کلمه «evaporation» کدام است؟

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب-۱- ترجمه گزینه اول: این کلمه به معنی خشک کردن و یا خشک شدن است.

ب-۲- علت انتخاب این گزینه: «evaporation» به معنی تبخیر می باشد بنابراین نزدیک ترین قرابت معنایی را با Dry خواهد داشت.

ج- بررسی سایر گزینه ها:

ج-۱- ترجمه گزینه دوم: جذب

ج-۲- ترجمه گزینه سوم: گرم کردن، حرارت دادن

ج-۳- ترجمه گزینه چهارم: سرد کردن

۱۸- گزینه ۳ صحیح می باشد.

الف- ترجمه صورت سؤال: کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب-۱- ترجمه گزینه سوم: چسب های (SC) (منظور آسفالت SC است). نسبت به آسفالت سیمانی ویسکوزیته (لزجت) کمتری دارند.

ب-۲- علت انتخاب گزینه سوم: در متن و در انتهای قسمت مربوط به آسفالت (SC) آمده است که این نوع آسفالت نسبت به آسفالت سیمانی مایع تر است که همان بیان گزینه سوم است. در حقیقت لزج بودن عکس مایع بودن است.

ج- بررسی سایر گزینه ها:

ج-۱- گزینه اول صحیح نیست: زیرا بیان می دارد که آسفالت (SC) از روغن مایع تر است که صحیح نیست. (پاراگراف سوم خط چهارم)
ج-۲- گزینه دوم صحیح نیست: زیرا بیان می دارد که آسفالت های امولوسیونی به علت ویسکوزیته پایین زودگیر هستند، در حالی که متن می گوید سه نوع زودگیر، دیرگیر و کندگیر از آسفالت امولوسیونی موجود است و هر سه نیز کم لزج هستند و این آسفالت را محدود به زودگیر بودن نکرده است. (پاراگراف ششم، خط پنجم)

ج-۳- گزینه چهارم صحیح نیست: این گزینه بیان می دارد که از آسفالت (SC) زمانی استفاده می شود که به ویسکوزیته کمتری در حین ساخت نسبت به پایان عمل آوری آسفالت نیاز است، در حالی که متن صراحتاً بیان می دارد که از آسفالت (SC) زمانی استفاده می شود که به روان بودن یکسانی در عمل آوری و حین ساخت آسفالت نیاز است. (پاراگراف سوم، خط دوم)

۱۹- گزینه ۳ صحیح می باشد.

الف- ترجمه صورت سؤال: کلمه «Penetration» به چه معنی است؟

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب-۱- ترجمه گزینه سوم: این گزینه به معنی نفوذپذیری است.

ب-۲- علت انتخاب این گزینه: «penetration» به معنی نفوذپذیری است، بنابراین با گزینه سوم هم معنی است.

ج- بررسی سایر گزینه ها:

ج-۱- ترجمه گزینه اول: مقاومت

ج-۲- ترجمه گزینه دوم: سنگینی

ج-۳- ترجمه گزینه چهارم: غلظت، چگالی

۲۰- گزینه ۲ صحیح می باشد.

الف- ترجمه صورت سؤال: کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

ب- بررسی گزینه صحیح:

۱- ترجمه گزینه دوم: آسفالت امولوسیونی حداقل به اندازه نیمی از وزنش آسفالت دارد.

۲- علت انتخاب این گزینه: همان طور که در متن آمده است، آسفالت امولوسیونی بین 55 تا 70 درصد وزنش حاوی آسفالت می باشد.

ج- بررسی سایر گزینه ها:

ج-۱- گزینه اول: زیرا بیان می دارد که برای بکار بردن آسفالت امولوسیونی آن را گرم می کنند در حالی که متن صراحتاً اشاره به گرم نکردن آن دارد. (پاراگراف ششم، خط چهارم)

ج-۲- گزینه سوم: زیرا بیان می دارد که بعد از بکار بردن آسفالت های (MC) و بعد از تبخیر روانساز، ماده ای غیرچسبنده باقی می ماند در حالی که متن عنوان می کند که ماده باقی مانده چسبنده است. (پاراگراف چهارم، خط چهارم)

ج-۳- گزینه چهارم: زیرا آسفالت را به علت این که حاوی هیدروکربن است غیرمحلول می داند در حالی که متن سولفید کربن را ماده ای معرفی می کند که آسفالت را کاملاً در خود حل می کند. (پاراگراف اول، خط سوم)

۲۱- گزینه ۳ صحیح می باشد

الف- ترجمه صورت سؤال: کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب-۱- ترجمه گزینه سوم: برای یک گسل (جانبی راست)، برای ناظری که در «سمت گسل» ایستاده است حرکت به سمت چپ است.

ب-۲- علت انتخاب این گزینه: در متن آمده است یک گسل با حرکت جانبی به سمت راست گسلی است که اگر ناظری سمت مخالف گسل قرار گیرد، حرکت آن را به سمت راست می بیند. پس اگر ناظر در «سمت گسل» قرار گیرد حرکت آن را به سمت چپ می بیند. (پاراگراف دوم)

ج- بررسی سایر گزینه ها:

ج-۱- گزینه اول: این گزینه بیان می دارد که در یک گسل با حرکت جانبی به سمت چپ ناظری که در «سمت گسل» ایستاده، حرکت را به سمت چپ می بیند که به همان علت که در قسمت (ب-۲) ذکر شد نادرست می باشد.

ج-۲- گزینه دوم: این گزینه بیان می دارد که یک گسل زمانی ایجاد می شود که یک لایه تکتونیک با لایه دیگری برخورد کند، در حالی که مطابق متن کافی است دو سنگ (بزرگ) از لایه پوسته نسبت به هم بلغزند ولی صرفاً نباید دو لایه تکتونیک نسبت به هم برخورد داشته باشند

ج-۳- گزینه چهارم: این گزینه گسل (oblique) را یک نوع گسل «dip-slip» می داند در حالی که متن آن را نوعی ترکیب از گسل strike-slip و dip-slip می داند.

۲۲- گزینه ۲ صحیح می باشد

الف- ترجمه صورت سؤال: کدام نوع از گسل های زیر از بقیه پرشمارتر است؟

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب-۱- علت انتخاب این گزینه و رد سایر گزینه ها: همان طور که در متن آمده است در عمل گسل ها به صورت «oblique» هستند نه به صورت Dip-slip و strike-slip و گسل های «reverse» و «Normal» نیز خود نوعی «Dip-slip» هستند، پس گزینه دوم از سایر گزینه ها بیشتر است.

۲۳- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سؤال: کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب-۱- ترجمه گزینه اول: گسل‌های «Dip-slip» با توجه به جهت حرکت‌هایشان به دو دسته تقسیم‌بندی می‌شوند.
ب-۲- علت انتخاب این گزینه: همان‌گونه که در متن ذکر گردیده است این گسل‌ها به دو دسته عادی و معکوس بر مبنای جهت حرکت خود که البته در راستای عمودی است تقسیم‌بندی می‌شوند. (پاراگراف دوم، خط هفتم)

ج- بررسی سایر گزینه‌ها:

ج-۱- گزینه دوم: این گزینه گسل «strike-slip» را یک گسل افقی می‌داند حال آن‌که این گسل حرکت افقی دارد و صفحات گسل که معیار عمودی یا افقی بود هستند، عمودی می‌باشند. (پاراگراف اول)
ج-۲- گزینه سوم: این گزینه حرکت صفحات گسل «strike-slip» را عمودی می‌داند حال آن‌که حرکت آن‌ها افقی است.
ج-۳- گزینه چهارم: این گزینه گسل‌هایی که در آن‌ها زلزله روی می‌دهد را تحت عنوان گسل زلزله‌ای معرفی می‌نماید حال آن‌که طبق تعریف متن، گسل زلزله‌ای گسلی است که در آن سابقه زلزله وجود داشته است و در اثر زلزله بر روی زمین پدیدار شده‌اند.

۲۴- گزینه ۴ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سؤال: کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند شیب یک گسل «dip-slip» باشد؟

ب- بررسی گزینه صحیح: گزینه چهارم که با واحد درجه بیان شده است، تنها گزینه‌ای است که می‌تواند شیب باشد چون طبق تعریف متن، شیب گسل از جنس زاویه می‌باشد. سایر گزینه‌ها با واحد طول بیان شده‌اند. (پاراگراف دوم خط چهارم)

۲۵- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سؤال: کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب-۱- ترجمه گزینه اول: اگر حرکت و یا لغزش یک گسل عمودی باشد آن گسل یک گسل «strike-slip» نیست.
ب-۲- علت انتخاب این گزینه: همان‌طور که در متن آمده است حرکت گسل «strike-slip» افقی است، بنابراین گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

ج- بررسی سایر گزینه‌ها:

ج-۱- گزینه دوم: این گزینه ترکیب گسل‌های «strike-slip» و «dip-slip» را گسل زلزله‌ای نامیده است در حالی طبق متن این گسل «oblique» نامیده می‌شود. (پاراگراف دوم خط آخر)
ج-۲- گزینه سوم: این گزینه به این دلیل نادرست است که حرکت صفحات گسل نرمال را که نوعی گسل «dip-slip» است افقی می‌داند، در حالی که این حرکت عمودی است.
ج-۳- گزینه چهارم: این گزینه به این دلیل نادرست است که مبنای طبقه‌بندی گسل‌ها را لایه تکتونیکی که در آن قرار دارند می‌داند که این گونه نیست و مبنای طبقه‌بندی، جهت حرکت صفحات گسل‌ها می‌باشد. (پاراگراف اول خط دوم)

۲۶- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سؤال: در منحنی تنش و کرنش به نقطه‌ای که تا آن نقطه قانون هوک حاکم است، اطلاق می‌شود.

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب-۱- ترجمه گزینه اول: حد تناسب

ج- بررسی سایر گزینه‌ها:

- ج-۱- گزینه دوم: حد الاستیک
ج-۲- گزینه سوم: حد گسیختگی
ج-۳- گزینه چهارم: حد پلاستیک
۲۷- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

الف- ترجمه صورت سوال: موادی که دارای مشخصات فیزیکی متفاوتی در راستاهای گوناگون هستند، نامیده می‌شوند.

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب- ترجمه گزینه چهارم: غیرهمسان

ج- بررسی سایر گزینه‌ها:

- ج-۱- گزینه اول: به معنی همگن است.
ج-۲- گزینه دوم: به معنی غیرهمگن است.
ج-۳- گزینه سوم: به معنی همسان است.

۲۸- گزینه ۲ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سوال: علاوه بر تغییر شکلی که مصالح در راستای نیروی اعمال شده دارند خاصیت دیگری نیز در مورد مصالح جامد قابل مشاهده است و این گونه قابل بیان است که در زوایای عمود بر راستای اعمال نیرو، مقدار مشخصی از انقباض یا انقباض اتفاق می‌افتد.

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب-۱- ترجمه گزینه دوم: جانبی

ج- بررسی سایر گزینه‌ها:

- ب-۱- ترجمه گزینه اول: محوری
ب-۲- ترجمه گزینه سوم: برشی
ب-۳- ترجمه گزینه چهارم: عمودی

۲۹- گزینه ۳ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سؤال: شبکه جریان نمایش گرافیکی جریان دوبعدی آب در محیط متخلخل می‌باشد. کدام یک از عبارات زیر درباره شبکه جریان صحیح است؟

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب-۱- ترجمه گزینه سوم: خطوط جریان نماینده مسیرهای جریان یافتن ذرات آب می‌باشند.

ج- بررسی سایر گزینه‌ها:

- ج-۱- گزینه اول: این گزینه بیان می‌دارد که جریان در مسیری عمود بر خطوط هم‌پتانسیل نمی‌تواند روی دهد که نادرست است زیرا جریان در طول خط جریان که عمود بر خطوط هم‌پتانسیل هستند روی می‌دهد.
ج-۲- بررسی گزینه دوم: این گزینه صحیح نیست چون بیان می‌دارد که سرعت بر خطوط جریان عمود می‌باشد حال آنکه سرعت حرکت یک ذره بر مسیر حرکت آن همواره مماس است.

ج-۳- گزینه چهارم: این گزینه چون بیان می‌دارد که دبی جریان در طول یک کانال جریان به صورت خطی تغییر می‌کند صحیح نیست، زیرا دبی در یک کانال جریان ثابت است.

۳۰- گزینه ۲ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سوال: بیشترین فشاری که خاک زیر یک فونداسیون، به جز فشار خاک سربار بالای آن، می‌تواند تحمل نماید، تحت چه عنوان شناخته می‌شود؟

ب- بررسی گزینه صحیح: گزینه دوم به معنای ظرفیت خالص باربری پی است و حداثر فشاری است که پی می‌تواند به زمین منتقل کند.

ج- بررسی سایر گزینه‌ها:

ج-۱- گزینه اول: این گزینه به معنی ظرفیت باربری نهایی یک پی می‌باشد.

ج-۲- گزینه دوم: این گزینه که به معنای فشار مجاز پی می‌باشد، از تقسیم ظرفیت باربری خالص پی بر ضریب اطمینان و با در نظر گرفتن محدودیت‌های مربوط به نشست خاک زیر پی به دست می‌آید.

ج-۳- گزینه سوم: این گزینه که به معنای ظرفیت مجاز خالص پی می‌باشد اصولاً وجود خارجی ندارد.

ریاضی

۳۱- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

طبق قاعده مشتق‌گیری پارامتری داریم:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2t - \frac{3}{t^2}}{1 - \frac{2}{t^3}} \rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\left(2 + \frac{6}{t^3}\right)\left(1 - \frac{2}{t^3}\right) - \left(\frac{6}{t^4}\right)\left(2t - \frac{3}{t^2}\right)}{\left(1 - \frac{2}{t^3}\right)^3}$$

در نقطه نظیر $t=1$ داریم:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2-3}{1-2} = 1 > 0$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{(8)(-1) - (6)(-1)}{(-1)^3} = 2 > 0$$

پس رفتار منحنی در اطراف نقطه نظیر $t=1$ صعودی با تقعر به سمت بالاست.

۳۲- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

$$I = \lim_{x \rightarrow 0} x \left(\frac{1}{\tanh^3 x} - \frac{1}{\tan^3 x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} x \frac{\tan^3 x - \tanh^3 x}{\tanh^3 x \tan^3 x} = x \frac{(\tan x - \tanh x)(\tan^2 x + \tan x \tanh x + \tanh^2 x)}{\tanh^3 x \tan^3 x}$$

وقتی $x \rightarrow 0$ داریم $\tan x \sim x$ و $\tanh x \sim x$ که البته از این هم‌ارزی در $\tan x - \tanh x$ نمی‌توان استفاده کرد:

$$I = \lim_{x \rightarrow 0} x \frac{(\tan x - \tanh x)(x^2 + x^2 + x^2)}{x^3 x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3(\tan x - \tanh x)}{x^3} = \frac{0}{0}$$

$$\xrightarrow{H} I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\left((1 + \tan^2 x) - (1 - \tanh^2 x)\right)}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x + \tanh^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x^2}{x^2} = 2$$

۳۳- گزینه ۳ صحیح می باشد.

حد مورد نظر مبهم از نوع $\frac{0}{0}$ است، با استفاده از قاعده هم‌ارزی داریم:

$$I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin t^3 dt}{x^2(1-\cos x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin t^3 dt}{x^2 \frac{x^2}{2}} \xrightarrow{H} I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^3}{2x^3} = \frac{1}{2}$$

۳۴- گزینه ۲ صحیح می باشد.

$$\frac{z-2i}{\bar{z}+1} = \frac{x+iy-2i}{x-iy+1} = \frac{x+i(y-2)}{(x+1)-iy} \cdot \frac{(x+1)+iy}{(x+1)+iy} = \frac{x(x+1)-(y-2)y+i(xy+(y-2)(x+1))}{(x+1)^2+y^2} = \frac{(x^2+x-y^2+2y)+i(\dots)}{x^2+2x+1+y^2}$$

لذا ناحیه مورد نظر ما چنین توصیف می شود:

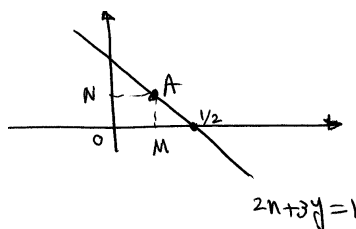
$$\operatorname{Re}\left(\frac{z-2i}{\bar{z}+1}\right) \geq 2 \rightarrow \frac{x^2+x-y^2+2y}{x^2+2x+1+y^2} \geq 2 \rightarrow x^2+x-y^2+2y \geq 2x^2+4x+2+2y^2$$

$$\rightarrow x^2+3x+3y^2-2y+2 \leq 0 \rightarrow \left(\left(x+\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right) + \left(3\left(y-\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3}\right) + 2 \leq 0 \rightarrow \left(x+\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{\left(y-\frac{1}{3}\right)^2}{\frac{1}{3}} \leq \frac{7}{12}$$

که داخل یک بیضی با مرکز $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{3}\right)$ می باشد.

۳۵- گزینه ۴ صحیح می باشد.

نقطه A با مختصات $\left(x, \frac{1-2x}{3}\right)$ روی خط داده شده در نظر می گیریم.



اگر تصاویر A روی محورهای x و y را نقاط M و N بنامیم داریم:

$$L = OM^2 + ON^2 = x_A^2 + y_A^2 = x^2 + \left(\frac{1-2x}{3}\right)^2$$

برای اکسترمم شدن L می نویسیم:

$$L'(x) = 0 \rightarrow 2x + 2\left(-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1-2x}{3}\right) = 0 \rightarrow 2x = \frac{4}{9}(1-2x) \rightarrow 18x = 4 - 8x \rightarrow x = \frac{2}{13}$$

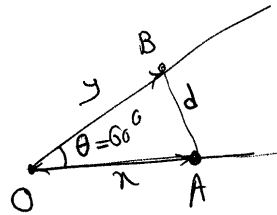
ملاحظه می شود محدوده X بازه $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ بوده و داریم:

x	0	$\frac{2}{13}$	$\frac{1}{2}$
$L'(x)$		-	+
$L(x)$		↘	↗

min

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{\min} = L\left(\frac{2}{13}\right) = \left(\frac{2}{13}\right)^2 + \left(\frac{1-2\left(\frac{2}{13}\right)}{3}\right)^2 = \frac{1}{13} \\ L(0) = \frac{1}{9} \\ L\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} \end{array} \right. \rightarrow L_{\max} = \frac{1}{4}$$

۳۶- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.



از قاعده کسینوس‌ها داریم:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \times OB \cos \theta \rightarrow d^2 = x^2 + y^2 - xy \rightarrow 2dd' = 2xx' + 2yy' - x'y - xy'$$

$$\text{لذا: } \begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \end{cases} \text{ به دست می‌آید } \begin{cases} x' = 15 \\ y' = 20 \end{cases} \text{ چون } \begin{cases} x = 5 \\ y = 10 \end{cases} \text{ وقتی}$$

$$d^2 = (20)^2 + (30)^2 - (20)(30) \rightarrow d = \sqrt{700}$$

$$2\sqrt{700}d' = 2(20)(15) + 2(30)(20) - (15)(30) - (20)(20) \rightarrow d' = \frac{95}{\sqrt{28}}$$

۳۷- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

برای متغیرهای مثبت X, Y, Z اگر $X+Y+Z$ ثابت باشد حداکثر $X^\alpha Y^\beta Z^\gamma$ زمانی رخ می‌دهد که $\frac{X}{\alpha} = \frac{Y}{\beta} = \frac{Z}{\gamma}$.

$$\text{با فرض } \begin{cases} X = 3x^2 \\ Y = y^2 \\ Z = z^4 \end{cases} \text{ داریم } X+Y+Z=1 \text{ و هدف ماکزیمم کردن تابع زیر است.}$$

$$f = x^3 y z^2 = \left(\frac{X}{3}\right)^{\frac{3}{2}} Y^{\frac{1}{2}} Z^{\frac{1}{2}}$$

و این زمانی رخ می‌دهد که:

$$\frac{X}{3} = \frac{Y}{1} = \frac{Z}{1} \rightarrow \begin{cases} X = 3Y \\ Z = Y \end{cases}$$

با توجه به شرط $X+Y+Z=1$ به دست می‌آید:

$$3Y + Y + Y = 1 \rightarrow Y = \frac{1}{5}, X = \frac{3}{5}, Z = \frac{1}{5}$$

$$f_{\max} = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{5\sqrt{5}} \frac{1}{\sqrt{5}} \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{25\sqrt{5}}$$

۳۸- گزینه ۳ صحیح می باشد.

$$\begin{aligned}\bar{R}(t) &= e^t i + e^{-t} j + t k & \bar{R}'(t) &= e^t i - e^{-t} j + k \\ \bar{R}''(t) &= e^t i + e^{-t} j & \bar{R}'''(t) &= e^t i - e^{-t} j\end{aligned}$$

در $t=0$ داریم:

$$\bar{R}' = i - j + k, \quad \bar{R}'' = i + j, \quad \bar{R}''' = i - j$$

$$\bar{R}'' \times \bar{R}''' = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -2k$$

$$\bar{R}' \times \bar{R}'' = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -i + j + 2k$$

$$\text{تاب } z = \frac{\bar{R}' \cdot (\bar{R}'' \times \bar{R}''')}{|\bar{R}' \times \bar{R}''|^2} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$$

۳۹- گزینه ۳ صحیح می باشد.

$$\vec{u}: \text{هادی خط} = (1, 2, \alpha)$$

$$\vec{N}: \text{نرمال صفحه} = (3, -1, 2)$$

چون زاویه خط و صفحه برابر $\frac{\pi}{6}$ داده شده پس باید زاویه \vec{u} و \vec{N} برابر $\alpha = \frac{\pi}{3}$ بوده و می توان نوشت:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{N} \cdot \vec{u}}{|\vec{N}| |\vec{u}|} \rightarrow \cos \frac{\pi}{3} = \frac{3-2+2\alpha}{\sqrt{1+4+\alpha^2} \sqrt{9+1+4}} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1+2\alpha}{\sqrt{5+\alpha^2} \sqrt{14}} \rightarrow 2(1+2\alpha) = \sqrt{14} \sqrt{5+\alpha^2}$$

$$\rightarrow 4(1+4\alpha+4\alpha^2) = 14(5+\alpha^2) \rightarrow -2\alpha^2 - 16\alpha + 66 = 0 \rightarrow \alpha^2 + 8\alpha - 33 = 0$$

$$\rightarrow (\alpha-3)(\alpha+11) = 0 \rightarrow \begin{cases} \alpha = 3 \\ \alpha = -11 \end{cases}$$

که ریشه $\alpha = -11$ ، ریشه خارجی می باشد.

۴۰- گزینه ۴ صحیح می باشد.

$$u = \frac{w}{r}$$

$$u_r = \frac{rw_r - w}{r^2}$$

$$u_{rr} = \frac{(w_r + rw_{rr} - w_r) \cdot r^2 - 2r \cdot (rw_r - w)}{r^4} = \frac{r^2 w_{rr} - 2rw_r + 2w}{r^3}$$

$$w_t = \frac{w_t}{r}$$

با قرار دادن این عبارات در معادله داده شده داریم:

$$\frac{r^2 w_{rr} - 2rw_r + 2w}{r^3} + \frac{2}{r} \cdot \frac{rw_r - w}{r^2} = \frac{w_t}{r} \rightarrow \frac{w_{rr}}{r} + \left(-\frac{2w_r}{r^2} + \frac{2w_r}{r^2} \right) + \left(\frac{2w}{r^3} - \frac{2w}{r^3} \right) = \frac{w_t}{r} \rightarrow w_{rr} = w_t$$

۴۱- گزینه ۱ صحیح می باشد.

با مشتق گیری از طرفین رابطه داده شده نسبت به متغیر x داریم (Z تابع و y ثابت فرض می شود).

$$2x + 6z \frac{\partial z}{\partial x} + y - \frac{\partial z}{\partial x} = 0 \quad (I)$$

با مشتق‌گیری از طرفین رابطه داده شده نسبت به متغیر y داریم (Z تابع و x ثابت فرض می‌شود).

$$4y + 6z \frac{\partial z}{\partial y} + x - \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \quad (\text{II})$$

با مشتق‌گیری از رابطه (I) نسبت به متغیر y داریم (Z تابع و x ثابت فرض می‌شود).

$$6 \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x} + 6z \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} + 1 - \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = 0 \quad (\text{III})$$

در $x=1$, $y=-2$ و $z=1$ به دست می‌آید:

$$\text{I: } 2 + 6 \frac{\partial z}{\partial x} - 2 - \frac{\partial z}{\partial x} = 0 \rightarrow \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

$$\text{II: } -8 + 6 \frac{\partial z}{\partial y} + 1 - \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \rightarrow \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{7}{5}$$

و لذا داریم:

$$\text{III: } 6 \left(\frac{7}{5} \right) (0) + 6 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} + 1 - \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = -\frac{1}{5}$$

۴۲- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

A یک ماتریس 3×4 است لذا حداکثر رتبه آن ممکن است 3 باشد. با استخراج دترمینان‌های 3×3 از داخل A داریم:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 1(-8) - 2(-6) - 1(4) = 0$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 7 \end{vmatrix} = 2(-2) + 1(28) + 3(-8) = 0$$

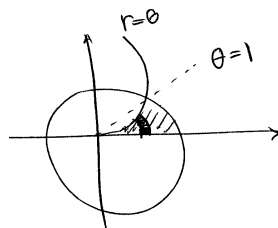
پس رتبه ماتریس 3 نمی‌باشد با استخراج دترمینان‌های 2×2 از داخل A داریم:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 6 = -2 \neq 0$$

پس رتبه ماتریس A برابر 2 است.

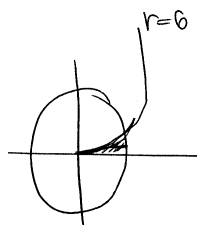
۴۳- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

المان محیطی به شکل زیر می‌باشد:



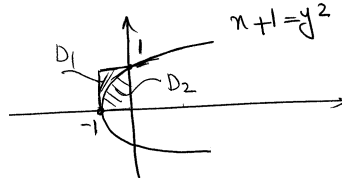
$$S = \int_{r=0}^{r=1} \int_{\theta=0}^{\theta=r} r d\theta dr = \int_0^1 r(\theta) \Big|_{\theta=0}^{\theta=r} dr = \int_0^1 r^2 dr = \frac{1}{3}$$

المان شعاعی به شکل زیر می‌باشد:



$$S = \int_{\theta=0}^{\theta=1} \int_{r=\theta}^{r=1} r dr d\theta = \int_0^1 \left(\frac{r^2}{2} \right)_{r=\theta}^{r=1} d\theta = \int_0^1 \frac{1}{2}(1-\theta^2) d\theta = \frac{1}{2} \left(\theta - \frac{\theta^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3}$$

۴۴- گزینه ۳ صحیح می باشد.



• در ناحیه D_1 داریم:

$$x+1 < y^2 \rightarrow \max(y^2, x+1) = y^2$$

• در ناحیه D_2 داریم:

$$x+1 > y^2 \rightarrow \max(y^2, x+1) = x+1$$

لذا می نویسیم:

$$\begin{aligned} I &= \iint_{D_1} y^2 dx dy + \iint_{D_2} (x+1) dx dy \\ \iint_{D_1} &= \int_0^1 \int_{-1}^{y^2-1} y^2 dx dy = \int_0^1 y^2 ((y^2-1) - (-1)) dy = \int_0^1 y^4 dy = \frac{1}{5} \\ \iint_{D_2} &= \int_0^1 \int_{y^2-1}^0 (x+1) dx dy = \int_0^1 \left(\frac{1}{2}x^2 + x \right)_{y^2-1}^0 dy = -\int_0^1 \left(\frac{1}{2}(y^2-1)^2 + (y^2-1) \right) dy \\ &= -\int_0^1 \left(\frac{1}{2}y^4 - \frac{1}{2} \right) dy = -\frac{1}{2} \left(\frac{y^5}{5} - y \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

لذا در کل داریم $I = \frac{3}{5}$.

۴۵- گزینه ۳ صحیح می باشد.

مطابق تعریف پیچش داریم:

$$(g * h)(t) = \int_0^t g(\lambda) h(t-\lambda) d\lambda$$

لذا داریم:

$$f(t) = \int_0^t (1-\cos \lambda) \frac{\sin(t-\lambda)}{t-\lambda} d\lambda = (1-\cos t) * \frac{\sin t}{t}$$

حال از آن جا:

$$L(g * h) = G(s) H(s)$$

و می دانیم:

$$L(1-\cos t) = \frac{1}{s} - \frac{s}{s^2+1} = \frac{1}{s(s^2+1)}$$

$$L\left(\frac{\sin t}{t}\right) = \int_s^\infty \frac{1}{s^2+1} ds = \left(\tan^{-1} s \right) \Big|_s^\infty = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} s = \cot^{-1} s$$

داریم:

$$F(s) = \frac{1}{s(s^2+1)} \cdot \cot^{-1} s$$

۴۶- گزینه ۱ صحیح می باشد.
مطابق تعریف تبدیل لاپلاس داریم:

$$I(\alpha) = \left(L(x \sin \alpha x) \right) \Big|_{s=4}$$

اما می دانیم:

$$L(\sin \alpha x) = \frac{\alpha}{s^2 + \alpha^2} \rightarrow L(x \sin \alpha x) = -\frac{d}{ds} \left(\frac{\alpha}{s^2 + \alpha^2} \right) = -\frac{-2s\alpha}{(s^2 + \alpha^2)^2}$$

لذا می توان گفت:

$$I(\alpha) = \frac{2s\alpha}{(s^2 + \alpha^2)^2} \Big|_{s=4} = \frac{8\alpha}{(16 + \alpha^2)^2}$$

۴۷- گزینه ۱ صحیح می باشد.

$$\text{معادله مشخصه: } \lambda(\lambda-1) - \alpha\lambda + \beta = 0 \rightarrow \lambda^2 - (\alpha+1)\lambda + \beta = 0$$

$$\text{اگر } \begin{cases} \lambda_1 + \lambda_2 > 0 \rightarrow \alpha + 1 > 0 \rightarrow \alpha > -1 \\ \lambda_1 \lambda_2 > 0 \rightarrow \beta > 0 \end{cases} \text{ هر دو پایه جواب در } x \rightarrow 0^+ \text{ به صفر می گریند اگر } \begin{cases} \alpha + 1 > 0 \rightarrow \alpha > -1 \\ \beta = 0 \end{cases} \text{ یک پایه جواب}$$

۱ (و همواره کراندار) و پایه جواب دیگر در $x \rightarrow 0^+$ به صفر می گرید.

$$\text{اگر } \begin{cases} \alpha + 1 = 0 \rightarrow \alpha = -1 \\ \beta > 0 \end{cases} \text{ هر دو پایه های جواب به صورت } \cos(\sqrt{\beta} \ln x) \text{ و } \sin(\sqrt{\beta} \ln x) \text{ و همواره کراندارند.}$$

و این سه مورد مبین تمام حالاتی است که هر دو پایه جواب در $x \rightarrow 0^+$ کراندار باقی می ماند.

۴۸- گزینه ۳ صحیح می باشد.

$$y_p = \frac{1}{D^4 + 5D^2 + 4} (\cos 2x) = \frac{1}{(D^2 + 1)(D^2 + 4)} (\cos 2x)$$

ملاحظه می شود با تبدیل $D^2 \rightarrow -4$ با مخرج صفر مواجهیم:

$$K = \frac{1}{(D^2 + 1)(D + 2i)(D - 2i)} (e^{2ix}) = \frac{x}{((2i)^2 + 1)(2i + 2i)} e^{2ix} = \frac{x}{-12i} e^{2ix} = \frac{x}{12} i (\cos 2x + i \sin 2x)$$

لذا داریم:

$$y_p = \text{Re}(K) = -\frac{x}{12} \sin 2x$$

۴۹- گزینه ۲ صحیح می باشد.

معادله مشخصه معادله کوشی:

$$\lambda(\lambda-1)(\lambda-2) + 2\lambda(\lambda-1) = 0 \rightarrow \lambda^3 - \lambda^2 = 0 \rightarrow \lambda^2(\lambda-1) = 0 \rightarrow \lambda = 0, 0, 1$$

پایه های جواب معادله کوشی همگن عبارتند از:

$$x^0, x^0 \ln x, x^1$$

با تغییر متغیر $t = \ln x$ معادله کوشی مذکور به یک معادله با ضرایب ثابت تبدیل می‌شود که معادله مشخصه‌اش همان معادله مشخصه کوشی است و در کل به معادله زیر می‌رسیم:

$$\frac{d^3 y}{dt^3} - \frac{d^2 y}{dt^2} = \sin t \rightarrow y_p = \frac{1}{D^3 - D^2} (\sin t) = \frac{1}{D^2 (D-1)} (\sin t)$$

با تبدیل $D^2 \rightarrow -1$ داریم:

$$y_p = \frac{1}{-(D-1)} \frac{D+1}{D+1} (\sin t) = \frac{D+1}{-(D^2-1)} (\sin t) = \frac{D+1}{-(-1-1)} (\sin t) = \frac{1}{2} (\cos t + \sin t) = \frac{1}{2} (\cos(\ln x) + \sin(\ln x))$$

لذا جواب عمومی $y = Ax^0 + Bx^0 \ln x + Cx^1 + y_p$ می‌باشد که با انتخاب $B=1$ و $A=C=0$ به جواب دوم می‌رسیم.

۵۰- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

$$\lambda^2 + 2\lambda - 3 = 0 \rightarrow \lambda = 1, -3$$

معادله مشخصه:

پایه‌های جواب معادله همگن: e^x, e^{-3x}

ساختار جواب خصوصی:

$$y_p = Ax^2 + Bx + C$$

با قرار دادن y_p در معادله داریم:

$$(2A) + 2(2Ax + B) - 3(Ax^2 + Bx + C) = x^2 \rightarrow \begin{cases} -3A = 1 \\ 4A - 3B = 0 \\ 2A + 2B - 3C = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A = -\frac{1}{3} \\ B = -\frac{4}{9} \\ C = -\frac{14}{27} \end{cases}$$

پس می‌توان گفت:

$$y = De^x + Ke^{-3x} - \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{9}x - \frac{14}{27}$$

با اعمال شرایط داریم:

$$\begin{cases} y(0) = -\frac{14}{27} \rightarrow D + K - \frac{14}{27} = -\frac{14}{27} \rightarrow D + K = 0 \\ y'(0) = \frac{5}{9} \rightarrow D - 3K - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \rightarrow D - 3K = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} D = \frac{1}{4} \\ K = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

و ضریب جمله e^{-3x} برابر $-\frac{1}{4}$ است.

توجه: جواب خصوصی را می‌توان از روش زیر نیز یافت:

$$y_p = \frac{1}{D^2 + 2D - 3} (x^2) = \frac{-1}{3} \frac{1}{1 - \left(\frac{D^2 + 2D}{3}\right)} (x^2) = -\frac{1}{3} \left(1 + \frac{D^2 + 2D}{3} + \left(\frac{D^2 + 2D}{3}\right)^2 + \dots \right) (x^2)$$

$$= -\frac{1}{3} \left(1 + \frac{2D}{3} + \frac{7D^2}{9} + \dots \right) (x^2) = -\frac{1}{3} \left(x^2 + \frac{4x}{3} + \frac{14}{9} \right)$$

مقاومت مصالح

۵۱- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

باید مرکز سختی سیستم به فاصله L از نقطه A قرار گیرد تا میله صلب دچار دوران نگردد.

$$x_k = L \Rightarrow x_k = \frac{\sum x_i k_i}{\sum k_i} = \frac{K_{CD} \times \frac{2L}{3} + K_{EF} \times 2L}{K_{AB} + K_{CD} + K_{EF}} = L$$

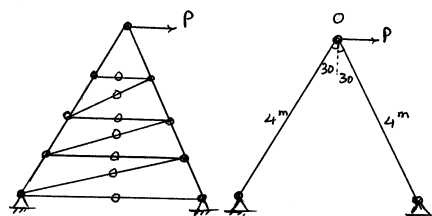
$$\Rightarrow \frac{\frac{AE}{L} \times \frac{2L}{3} + \frac{3AE}{L'} \times 2L}{\frac{AE}{L} + \frac{AE}{L} + \frac{3AE}{L'}} = L \Rightarrow 2AE + 3AE \times \frac{L}{L'} = \frac{2}{3} AE + 6AE \times \frac{L}{L'} \Rightarrow \frac{4}{3} = 3 \frac{L}{L'} \Rightarrow L' = \frac{9L}{4}$$

۵۲- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

چون دو سر A و B نسبت به یکدیگر دچار تغییر مکان نسبی نمی‌شوند (به دلیل وجود میله‌های صلب) لذا تغییر طول میله AB برابر صفر بوده و در نتیجه نیرو در این عضو صفر خواهد شد. اگر تعادل مفاصل A و B را بررسی کنیم، روشن است نیرو در میله‌های مایل AC و BD برابر $P\sqrt{2}$ به صورت کششی خواهد بود و در میله‌های قائم BC و AD برابر P و به صورت فشاری خواهد بود. با برقراری رابطه تعادل در مفاصل C و D روشن است که نیرو در عضو CD نیز صفر می‌باشد.

۵۳- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

با توجه به تقارن سازه و پادتقارنی بارگذاری و صفر بودن نیرو در اعضای مشخص شده در خرپا، سازه همانند دو فنر موازی بامیله‌هایی به طول ۴ متر تبدیل می‌شود:



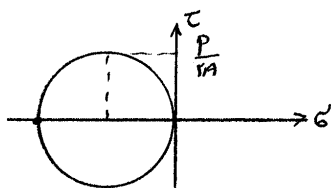
به دلیل وجود تقارن سازه و پادتقارنی بارگذاری، تغییر مکان O فقط افقی خواهد بود.

$$\Delta_o^H = \frac{P}{\sum K}$$

$$\Delta_o^H = \frac{P}{2 \times \frac{AE}{L} \times \cos^2 60} = \frac{10 \times 10^3}{2 \times \frac{20 \times 2 \times 10^6}{400} \times \frac{1}{4}} = 0.2 \text{ cm} = 2 \text{ mm}$$

۵۴- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

می‌دانیم در یک میله تحت نیروی محوری، تنش برشی ماکزیمم برابر $\frac{P}{2A}$ بوده و با توجه به تساوی آن برای میله (1) و (2) داریم:

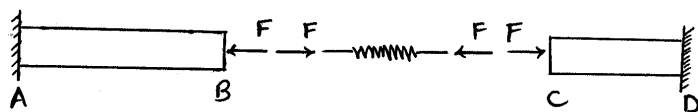


$$\frac{P_1}{2A_1} = \frac{P_2}{2A_2} \rightarrow \frac{P_1}{2A} = \frac{P_2}{2 \times \frac{3}{2}A} \rightarrow P_2 = \frac{3}{2}P_1$$

در ادامه در مقایسه تغییر طول دو میله خواهیم داشت:

$$\Delta = \frac{PL}{AE} \rightarrow \frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \frac{P_1}{P_2} \times \frac{L_1}{L_2} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{E_2}{E_1} = \frac{P_1}{\frac{3}{2}P_1} \times \frac{L}{\frac{1}{2}L} \times \frac{\frac{3}{2}A}{A} \times \frac{2E}{E} = 4$$

۵۵- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.



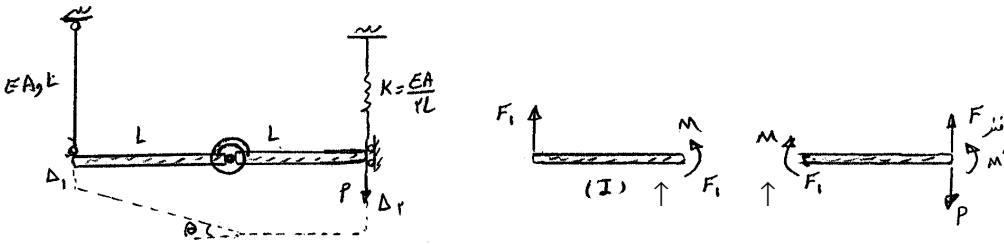
معادله سازگاری عبارت است از:

$$\Delta_B + \Delta_C = \Delta_S$$

$$\begin{cases} \Delta_B = \alpha(2l)\Delta T - \frac{F(2l)}{AE} \\ \Delta_C = \alpha l \Delta T - \frac{Fl}{AE} \\ \Delta_S = \frac{F}{K} = \frac{Fl}{2AE} \end{cases} \Rightarrow 3\alpha l \Delta T - \frac{3Fl}{AE} = \frac{Fl}{2AE} \rightarrow F = \frac{6}{7} AE \alpha \Delta T$$

۵۶- گزینه ۲ صحیح می باشد

با توجه به تغییر شکل سازه می توان نوشت:

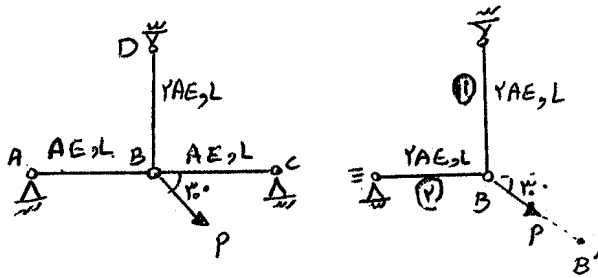


$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_1 + F_{\text{فنر}} = P \quad (I)$$

$$\begin{cases} F_1 L = M_{\text{فنر}} \\ M_{\text{فنر}} = K \Delta \theta = (EAL) \times \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{L} = EA \times \left(\frac{F_{\text{فنر}}}{EA} - \frac{F_1 L}{AE} \right) \end{cases} \rightarrow F_1 \times L = 2F_{\text{فنر}} \times L - F_1 L \rightarrow F_1 = F_{\text{فنر}} \xrightarrow{(I)} F_{\text{فنر}} = \frac{1}{2} P$$

۵۷- گزینه ۲ صحیح می باشد

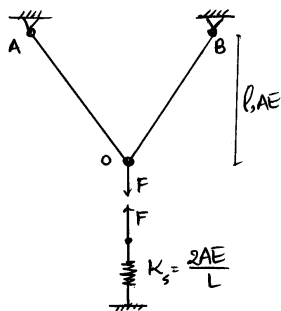
با امتداد میله BC و جمع سختی آن با میله AB مشاهده می شود که مجموع سختی میله جدید با BD یکسان است. در میله های متعامد اگر چنین وضعی حاکم شود نیروی P در راستای خودش حرکت کرده و اندازه جابجایی آن برابر نیرو بخش بر سختی واقعی یکی از میله ها است.



$$K_1 = K_2 = \frac{2AE}{L}$$

$$\Delta_B = \frac{P}{K} = \frac{P}{\frac{2AE}{L}} = \frac{PL}{2AE}$$

۵۸- گزینه ۳ صحیح می باشد



$$\Delta_O + \Delta_s = \delta$$

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta_o &= \frac{F}{\sum K} = \frac{F}{\frac{2AE}{2L} \cos^2 60} = \frac{4FL}{AE} \\ \Delta_s &= \frac{F}{K_s} = \frac{F}{\frac{2AE}{L}} = \frac{FL}{2AE} \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{4FL}{AE} + \frac{FL}{2AE} = \delta \Rightarrow \frac{9FL}{2AE} = \delta \Rightarrow F = \frac{2}{9} \times \frac{\delta AE}{L} \Rightarrow \Delta_s = \frac{F}{K_s} = \frac{\delta}{9}$$

۵۹- گزینه ۱ صحیح می باشد
معادله سازگاری عبارتست از:

$$\Delta_B = \Delta_S$$

$$\Delta_B = \frac{(W-F)}{K_1} + \frac{(W-F) \times \frac{L}{2}}{AE} - \frac{F \times \frac{L}{2}}{AE} \quad \text{و} \quad \Delta_S = \frac{F}{K_2}$$

$$\Rightarrow \frac{(W-F) \times L}{2AE} + \frac{(W-F) \times L}{2AE} - \frac{FL}{2AE} = \frac{FL}{4AE} \Rightarrow F = \frac{4W}{7}$$

$$F_2 = F = \frac{4W}{7} \quad , \quad F_1 = \frac{3W}{7} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{3}{4}$$

۶۰- گزینه ۴ صحیح می باشد

اگر نیروی ۲ میله را F فرض کنیم داریم؛ تغییر مکان B با تغییر طول میله ۲ یکسان است. لذا:

$$\Delta_B = \Delta_2 = \frac{\Delta_A + \Delta_C}{2} = \frac{\frac{F}{2}L}{AE} + \frac{F \times 3L}{2AE} = \frac{FL}{AE}$$

$$\Delta_2 = \alpha(2l)\Delta T - \frac{F(2l)}{AE}$$

$$\Rightarrow \frac{FL}{AE} = 2\alpha\Delta T - \frac{2FL}{AE} \rightarrow F = \frac{2}{3} AE\alpha\Delta T \rightarrow \sigma_2 = \frac{F}{A} = \frac{2}{3} E\alpha\Delta T$$

۶۱- گزینه ۱ صحیح می باشد
اگر میله‌ها را به مقدار ΔT گرم کنیم.

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F + 2F\cos 60 = P \rightarrow F = \frac{P}{2}$$

رابطه سازگاری با توجه به شکل نشان داده شده، مطابق زیر است:

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta_{OB} &= \frac{FL}{AE} - \alpha\Delta T \\ \Delta_{OA} &= \frac{F \times 2L}{AE} - \alpha(2l)\Delta T \end{aligned} \right. \Rightarrow \Delta_{OB} = 2\Delta_{OA} \Rightarrow \frac{FL}{AE} - \alpha\Delta T = 2 \times \left[\frac{2FL}{AE} - 2\alpha\Delta T \right]$$

$$F = AE\alpha\Delta T \rightarrow \frac{P}{2} = AE\alpha\Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{P}{2AE\alpha} \quad (\text{افزایش حرارت})$$

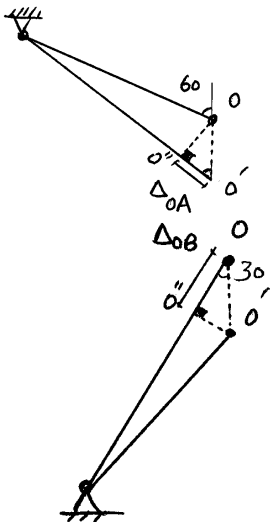
۶۲- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

در یک سازه نامعین اگر دمای قسمت‌های معین سازه تغییر پیدا کند، نیروی داخلی در آن عضو و همچنین سایر اعضا مجموعه ایجاد نمی‌شود. با توجه به این که نیروی عضو BD به سادگی با معادله تعادل در گره B به دست می‌آید. این عضو معین بوده و تنش در هیچ یک از قسمت‌های سازه ایجاد نمی‌شود.

۶۳- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

به دلیل وجود تقارن در سیستم تغییر مکان O فقط در راستای قائم می‌باشد.

لذا تغییر شکل هر عضو را بدون در نظر گرفتن نیروی داخلی جداگانه بررسی می‌کنیم:



$$\Delta_{OA} = \alpha \times \frac{l}{\cos 60} \times \Delta T$$

$$\Delta_o^v = oo' = \frac{\Delta_{OA}}{\cos 60} = \frac{\alpha l \Delta T}{\cos^2 60} = 4\alpha l \Delta T$$

$$\Delta_{OB} = \alpha \times \frac{l}{\cos 30} \times 3\Delta T$$

$$\Delta_o^v = oo' = \frac{\Delta_{OB}}{\cos 30} = \frac{3\alpha l \Delta T}{\cos^2 30} = 4\alpha l \Delta T$$

ملاحظه می‌شود که Δ_o^v برای میله‌های بالا و پایین یکسان بوده و در صورت اتصال نیز هیچ یک به دیگری نیرو وارد نکرده و لذا تنش در اعضا به وجود نخواهد آمد.

۶۴- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

حداکثر تنش مماسی در کف مخزن روی دیواره ایجاد می‌شود:

$$\sigma_x = \frac{PR}{t} = \frac{\gamma_0 h \times R}{0.1R} = 10\gamma_0 h$$

حداکثر تنش محوری ناشی از وزن مصالح مخزن نیز در ته مخزن ایجاد می‌شود:

$$\sigma_y = \frac{-W}{A} = -\frac{8\gamma_0 \times A \times 2h}{A} = -16\gamma_0 h$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x = 10 \gamma_0 h \\ \sigma_y = -16 \gamma_0 h \\ \sigma_z = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \tau_{\max} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = 13\gamma_0 h$$

۶۵- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

چون مصالح غیرقابل تراکم می‌باشند، $\nu = 0.5$ می‌باشد.

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \pm \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{4} + \tau^2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 = 2\sigma \\ \sigma_2 = 0 \\ \sigma_3 = 0 \end{array} \right. , \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{E}{2(1+0.5)} = \frac{E}{3}$$

$$\tau_{\max} = \frac{2\sigma - 0}{2} = \sigma \rightarrow \gamma_{\max} = \frac{\tau_{\max}}{G} = \frac{3\sigma}{E}$$

۶۶- گزینه ۳ صحیح می باشد

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{240 \times 10^3}{2(1+0.2)} = 100 \times 10^3 \text{MPa}$$

$$\varepsilon(\theta) = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta$$

$$\varepsilon'(\theta) = -(\varepsilon_x - \varepsilon_y) \sin 2\theta + \gamma_{xy} \cos 2\theta$$

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$$

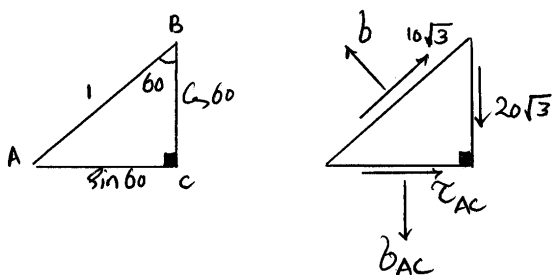
$$\gamma_{xy} = \frac{\tau}{G} = \frac{20}{100 \times 10^3} = 2 \times 10^{-4} \rightarrow \varepsilon'(\theta=0) = \gamma_{xy} = 2 \times 10^{-4}$$

۶۷- گزینه ۲ صحیح می باشد

با استفاده از روش تعادل در تحلیل المان ها داریم:

اگر مساحت صفحه AB را یک فرض کنیم مساحت صفحات BC و AC به ترتیب $\sin 60$ و $\cos 60$ خواهد بود. با ضریب مقادیر تنش ها در مساحت صفحه مربوط، نمایش نیروها در المان ها را به دست می آوریم:

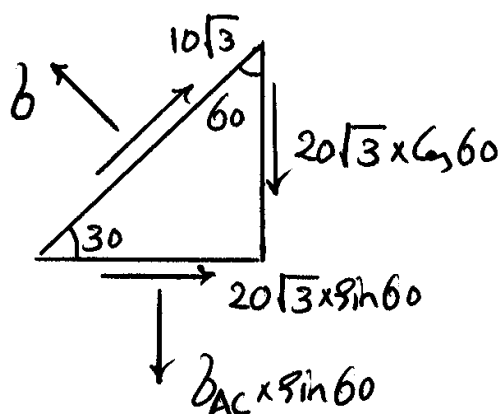
نمایش تنش ها:



می دانیم مطابق قانون کوشی روی صفحات عمود بر هم تنش های برشی برابرند لذا:

$$\tau_{AC} = 20\sqrt{3}$$

نمایش نیروها:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 20\sqrt{3} \times \sin 60 + 10\sqrt{3} \times \cos 30 = \sigma \times \cos 60 \Rightarrow \sigma = 90 \text{MPa}$$

۶۸- گزینه ۴ صحیح می باشد

$$\frac{d\Phi}{dx} = 8x + 4 \xrightarrow{x=2} \left(\frac{d\Phi}{dx} \right)_B = 20 \frac{\text{rad}}{\text{m}} = 0.2 \frac{\text{rad}}{\text{cm}}$$

$$\frac{d\Phi}{dx} = \frac{T(x)}{GJ} \Rightarrow T(x) = GJ \times \frac{d\Phi}{dx}$$

$$\rightarrow T(x=2) = GJ \times 0.2 = T_B$$

$$\tau_B = \frac{T_B \times R}{J} = \frac{0.2GJ \times R}{J} = 0.2GR = 0.2 \times 10^5 \times 2 = 4 \times 10^4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

۶۹- گزینه ۳ صحیح می‌باشد

$$\Phi_B = \frac{4T \times L}{GJ}$$

$$\Phi_D = \Phi_{AB} + \Phi_{BC} + \Phi_{CD} = \frac{4T \times L}{GJ} + 0 + \frac{TL}{GJ} = \frac{5TL}{GJ} \rightarrow \frac{\Phi_D}{\Phi_B} = \frac{5}{4}$$

۷۰- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

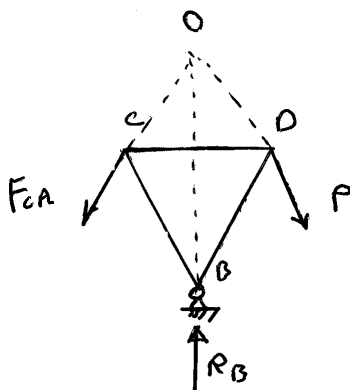
$$T_A = 2A_m \times t_{\min} \times \tau_{\text{all}} = 2 \times \frac{\pi R^2}{2} \times t \times \tau_{\text{all}} = \pi R^2 t \tau_{\text{all}}$$

$$T_B = \alpha bc^2 \times \tau_{\text{all}} = \frac{1}{3} \times (2R + R + 2R) \times t^2 \times \tau_{\text{all}} \rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{3\pi R}{5t} = \frac{3}{5} \pi \times \frac{R}{t} = \frac{3}{5} \pi \times 10 = 6\pi$$

تحلیل سازه‌ها

۷۱- گزینه ۲ صحیح می‌باشد

اگر قطعه BCD را از خرپا جدا کنیم، خواهیم داشت:

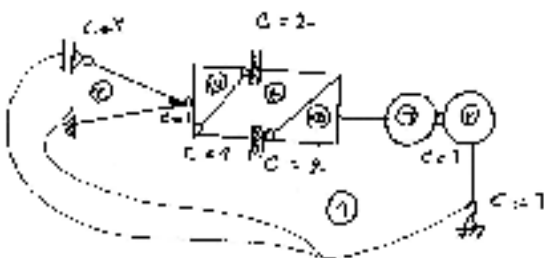


قطعه BCD، ۳ نیرویی است و برای تعادل، باید ۳ نیرو متقارب باشند به دلیل تقارن در شکل، ۳ نیرو هم را در O قطع می‌کنند و عکس‌العمل تکیه‌گاه B در راستای قائم خواهد بود. پس اگر تکیه‌گاه B، عکس‌العمل افقی نداشته باشد، مؤلفه افقی بار وارده را تکیه‌گاه A تحمل می‌کند و لذا داریم:

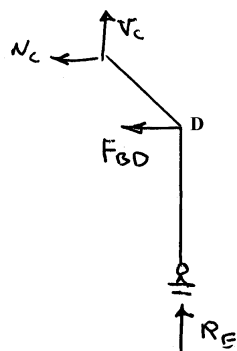
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P \sin 30^\circ - R_{Ax} = 0 \Rightarrow R_{Ax} = \frac{P}{2}$$

۷۲- گزینه ۴ صحیح می‌باشد

با روش حلقه خواهیم داشت:



$$D.I = 3 \times 7 - (2 + 1 + 1 + 2 + 2 + 1 + 1) = 11$$



$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow V_c + R_E = 0 \Rightarrow V_c = -R_E = -\left(1 + \frac{9\sqrt{3}}{4}\right) \text{ ton} = \left(1 + \frac{9\sqrt{3}}{4}\right) \downarrow$$

$$+\circlearrowleft \sum M_D = 0 \Rightarrow N_c \times \sqrt{3} + \left(1 + \frac{9\sqrt{3}}{4}\right) \times 1 = 0 \Rightarrow N_c = -\left(\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{9}{4}\right) \text{ ton}$$

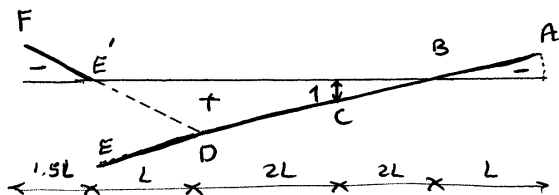
اگر به طور تقریبی $\sqrt{3}$ را برابر با 1.7 در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$F = \sqrt{N_c^2 + V_c^2}, \quad N_c = -2.8 \text{ ton}, \quad V_c = -4.8 \text{ ton}$$

$$F = 5.55 \text{ ton}$$

۷۵- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

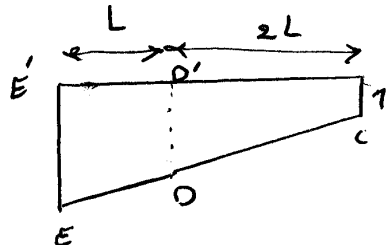
خط تأثیر تکیه‌گاه C در تیر اصلی به صورت زیر خواهد بود، که با نقطه‌یابی خط تأثیر عکس‌العمل C در دستگاه تیر و تیرچه به صورت زیر است:



با توجه به خط تأثیر رسم شده بار باید در ناحیه EC قرار بگیرد تا بیشترین مساحت را از خط تأثیر بپوشاند. مساحتی که باید محاسبه شود در شکل زیر رسم شده است.

$$\frac{EE'}{5L} = \frac{1}{2L} \Rightarrow EE' = \frac{5}{2}$$

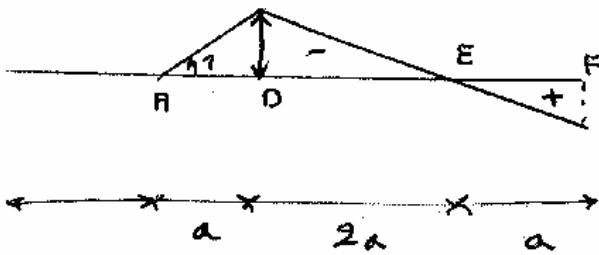
$$S_{\text{دورزنقه}} = \left(1 + \frac{5}{2}\right) \times \frac{3L}{2} = \frac{21L}{4}$$



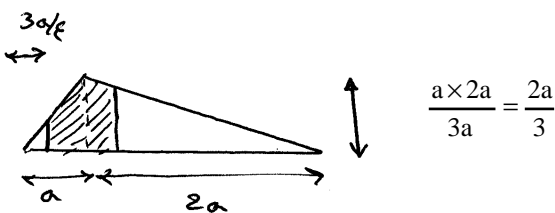
$$R_{\max(c)} = \frac{21L}{4} \times q = 6 \Rightarrow q = \frac{24}{21L}$$

۷۶- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

خط تأثیر لنگر خمشی در نقطه A به صورت زیر می‌باشد:

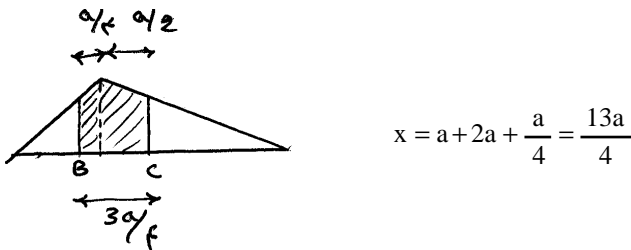


مطابق رابطه‌ای که در آزمون قبلی نیز از آن استفاده شد، طول a_0 از رابطه $\frac{x_m(L-C)}{L}$ محاسبه می‌شود. در شکل زیر نشان داده شده است.



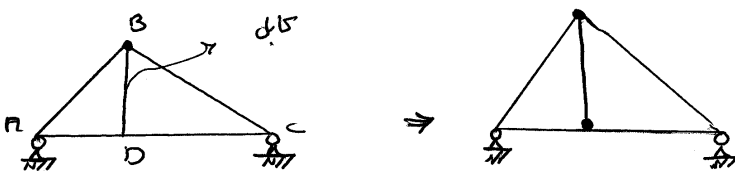
$$a_0 = \frac{a \left(3a - \frac{3a}{4} \right)}{3a} = \frac{3}{4}a$$

در شکل زیر موقعیت بار ترسیم شده است:



۷۷- گزینه ۲ صحیح می‌باشد

اگر فرض کنیم تغییرات دما، مثبت است و افزایش دما داریم، کابل BE فشرده و کابل BD کشیده می‌شود. در این حالت قاب به این صورت مدل می‌شود:



درجه نامعینی در این حالت برابر است با: $D.I. = 4$

در حالت دیگر هم اگر تغییرات دما منفی باشد، کابل BD به فشار افتاده و کابل BE، کشیده می‌شود. در این حالت مدل قاب به صورت زیر است:



$D.I. = 4$

۷۸- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

در این حالت باید ماکزیمم لنگر مثبت در تیر با ماکزیمم لنگر منفی در تیر برابر باشد. در ناحیه BC لنگر، مثبت و در ناحیه AB لنگر منفی داریم.

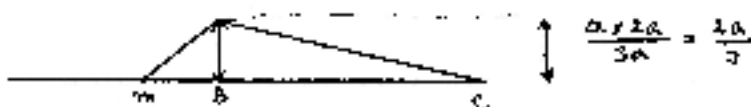
$$M_{\max}^+ = M_D = \frac{P(L-a)}{4} \quad (\text{المان BC مانند تیر دوسر ساده است})$$

$$M_{\max}^- = \frac{P}{2}a \quad (\text{بار } \frac{P}{2} \text{ به قطعه BA می‌رسد})$$

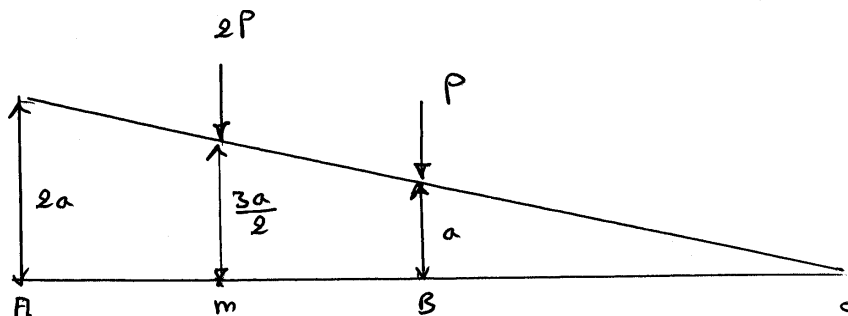
$$|M_{\max}^+| = |M_{\max}^-| \Rightarrow a = \frac{L}{3} \Rightarrow \frac{a}{L} = \frac{1}{3}$$

۷۹- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

خط تأثیر لنگر نقطه m در تیر اصلی به صورت زیر است:



با توجه به تیرچه رسم شده، خط تأثیر دستگاه تیر و تیرچه به صورت زیر خواهد بود:

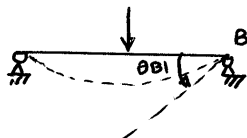


اگر دسته بارها در متناظر B و m باشد، خواهیم داشت:

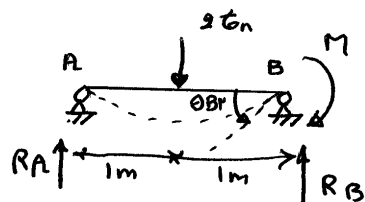
$$M_m = 2P \times \frac{3a}{2} + aP = 4aP$$

۸۰- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

اگر فنر پیچشی وجود نداشت، تکیه‌گاه B مطابق شکل زیر در جهت مثلثاتی دوران می‌کرد.



حال که فنر پیچشی در نقطه B وجود دارد، در برابر دوران نقطه B مقاومت کرده و برحسب سختی فنر دوران را کم می‌کند. اگر لنگر متمرکز مقاومی را که در برابر این حرکت مقاومت می‌کند، مطابق شکل زیر نشان دهیم، در آن صورت خواهیم داشت:



$$\theta_{B2} < \theta_{B1}$$

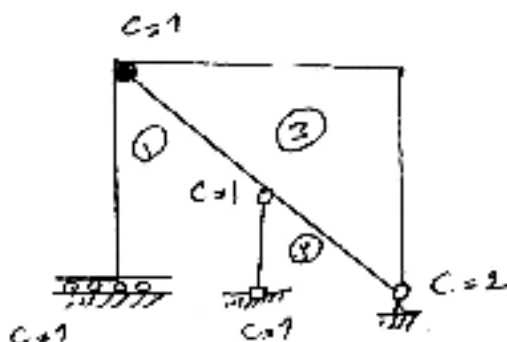
$$\sum M_A^+ = 0 \rightarrow -2 \times 1 - M + 2R_B = 0 \rightarrow R_B = \frac{M}{2} + 1$$

$$\sum F_y^+ = 0 \Rightarrow R_A + R_B - 2 = 0 \rightarrow R_A = 1 - \frac{M}{2}$$

همان‌طور که مشخص است $R_A < R_B$ می‌باشد.

۸۱- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

در حالت حدی، وقتی سختی فنر پیچشی و خطی به بی‌نهایت میل کند، اتصال دو عضو متصل به فنر پیچشی صلب در نظر گرفته می‌شود. فنر خطی هم با یک عضو دو سر مفصل جایگزین می‌شود. با استفاده از روش حلقه داریم:



$$D.I = 3 \times 3 - (1+1+2+1+1) = 3$$

۸۲- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

دو میله ED و FC با هم موازی هستند. دو میله AD و BC نیز با یکدیگر موازی می‌باشند، زیرا زاویه هر دو میله با افق 60° است. دو میله BE و AF نیز با افق زوایای 60° می‌سازند و با هم موازی‌اند. پس سه میله EF و DC و AB به وسیله 6 میله که دو بدو با هم موازی‌اند، به هم وصل شده‌اند و مجموعه ناپایداری را به وجود می‌آورند. در این حالت خرپا ناپایدار است و نیرویی برای AD محاسبه نمی‌شود.

۸۳- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

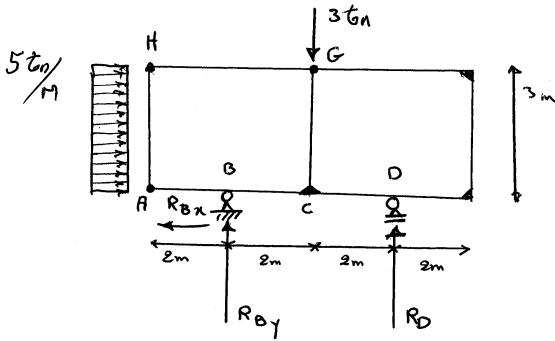
از خاصیت‌های عضو صلب این است که، تغییر مکان نسبی نقاط (بدون دوران عضو صلب) صفر می‌باشد. نقطه A که متصل به تکیه‌گاه گیردار است، تغییر مکان افقی و قائم ندارد و لذا در نقطه B هم، تغییر مکان افقی و قائم وجود ندارد. پس فنر که به نقطه B متصل شده است، تغییر مکانی نخواهد داشت و طبیعتاً نیرویی هم در آن ایجاد نمی‌شود. بار 3ton توسط تکیه‌گاه D، تحمل نشده و تمام بار به تکیه‌گاه گیردار می‌رسد. مطابق شکل داریم:



$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow V + 3 = 0 \Rightarrow V = -3\text{ton}$$

۸۴- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

دو تکیه گاه و به ترتیب با تکیه‌گاه‌های و معادل هستند. برای راحتی حل مسأله به این صورت عمل می‌کنیم:

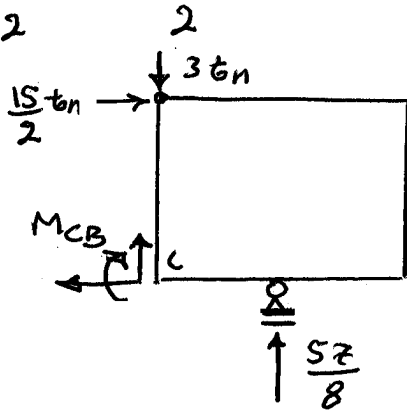


$$\sum^+ M_B = 0 \Rightarrow 4R_D - 3 \times 2 - 5 \times 3 \times \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow R_D = \frac{57}{8} \text{ ton}$$

بار گسترده یکنواخت بر المان دو سر ساده AH اثر کرده و نیروی محوری GH از رابطه زیر حساب می‌شود:

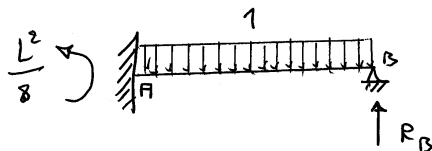
$$N_{GH} = \frac{5 \times 3}{2} = \frac{15}{2} \text{ ton}$$

$$\sum^+ M_C = 0 \Rightarrow -M_{CB} - \frac{15}{2} \times 3 + \frac{57}{8} \times 2 = 0 \Rightarrow M_{CB} = \frac{-33}{4} = \frac{33}{4} \text{ ton.mO}$$



۸۵- گزینه ۲ صحیح می‌باشد

برای محاسبه مساحت زیر منحنی باید بار گسترده‌ای به اندازه واحد در سرتاسر تیر قرار داده و عکس العمل تکیه‌گاه B را محاسبه می‌کنیم. مطابق مدل ۲، اگر بار واحد را در تیر قرار بدهیم، لنگر تکیه‌گاه $\frac{L^2}{8}$ می‌باشد و عکس العمل B هم به این صورت محاسبه می‌شود:

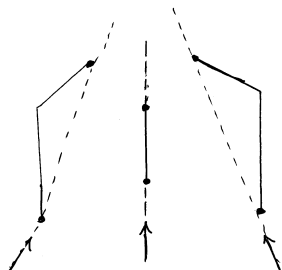


$$\sum^+ M_A = 0 \Rightarrow \frac{L^2}{8} - 1 \times L \times \frac{L}{2} + LR_B = 0 \Rightarrow R_B = \frac{3}{8}L$$

پس مساحت زیر منحنی مدل ۱ برابر $\frac{3L}{8}$ است.

۸۶- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

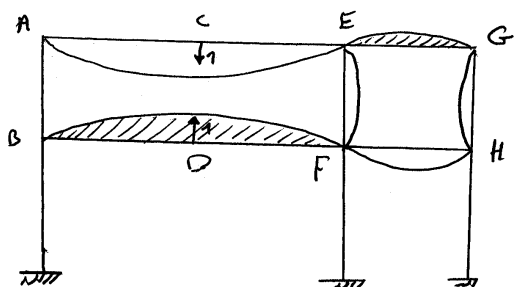
در این حالت بارگذاری، کابل فشرده می‌شود و از سیستم سازه‌ای حذف می‌شود، زیرا کابل فقط نیروی محوری کششی تحمل می‌کند. دو عضو خمیده اعضای دو نیرویی هستند و تکیه‌گاه وسط هم یک واکنش قائم تحمل می‌کند.



واکنش تکیه‌گاهی نشان داده شده با یکدیگر متقارب می‌شوند. (به دلیل متقارن بودن قاب) و سازه ناپایدار می‌شود. در ضمن درجه نامعینی قاب هم صفر بوده و لذا گزینه چهارم صحیح است.

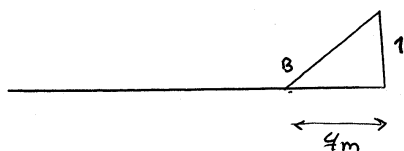
۸۷- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

عضو CD را حذف و دو نیروی کششی واحد را در نقاط C و D اعمال کرده و تغییر شکل سیستم را بررسی می‌کنیم. در شکل زیر نواحی BD و DF و EG دارای علامت مثبت هستند.



۸۸- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

خط تأثیر عضو AB به صورت زیر می‌باشد:



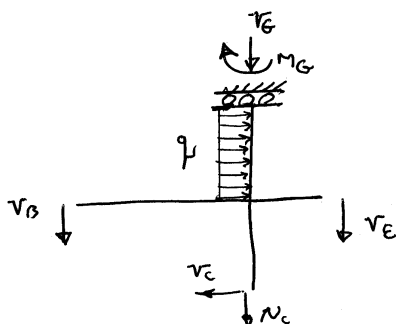
برای داشتن حداکثر ظرفیت دو بار باید به صورت زیر قرار بگیرند.

$$2P + \frac{P}{7} = 30 \Rightarrow P = 12 \text{ ton}$$

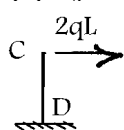


۸۹- گزینه ۲ صحیح می‌باشد

تکیه‌گاه‌های B و E و G، قابلیت تحمل نیروی افقی را ندارند. برش در مفصل C به این صورت محاسبه می‌شود:



$$\sum \overline{F}_x^+ = 0 \Rightarrow 2qL - V_C = 0 \Rightarrow V_C = 2qL$$



$$M_D = V_C L = 2qL^2$$

$$2qL^2 = 2 \Rightarrow q = \frac{1}{L^2}$$

۹۰- گزینه ۳ صحیح می‌باشد

گزینه اول: تیر دو سر ساده تحت یک بار متمرکز در وسط تیر را در نظر بگیرید.

در دو تکیه‌گاه لنگر خمشی نداریم ولی نیروی برشی وجود دارد.

گزینه دوم: تیر دو سر ساده تحت بار گسترده را در نظر بگیرید. برش در وسط تیر صفر است ولی بار گسترده در سرتاسر تیر وجود دارد.

گزینه سوم: نقطه عطف در سازه، نقطه‌ای است که جهت تقعر و تحدب منحنی الاستیک سازه عوض می‌شود. لذا تغییر علامت لنگر از منفی به مثبت و یا از مثبت به منفی مستلزم عبور از نقطه «لنگر صفر» است. پس گزینه سوم صحیح است.

گزینه چهارم: همان‌طور که در گزینه سوم مطرح شد، نقطه‌ای که تقعر و تحدب سازه عوض می‌شود، نقطه عطف نام دارد و مانند مفصل خمشی رفتار می‌کند. در دو طرف مفصل خمشی، نیروی محوری و برشی قابلیت انتقال داشته و الزاماً صفر نمی‌باشند.

مکانیک خاک

۹۱- گزینه ۴ صحیح می‌باشد

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\Delta V_v}{V_0} = \frac{\Delta e V_s}{V_0} = \frac{\Delta e}{\left(\frac{V_0}{V_s}\right)} = \frac{\Delta e}{\left(\frac{V_s + V_{v_0}}{V_s}\right)} = \frac{\Delta e}{1 + e_0}$$

بنابراین می‌نویسیم:

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta e}{1 + e_0} \rightarrow 0.05 = \frac{0.5 - e_f}{1 + 0.5} \rightarrow e_f = 0.5 - 0.075 = 0.425$$

۹۲- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

$$n = \frac{V_v}{V} = \frac{h_v}{h} = \frac{120}{300} = 0.4 \rightarrow e = \frac{n}{1 - n} = \frac{0.4}{1 - 0.4} = \frac{2}{3}$$

$$\gamma_d = \frac{G_s \gamma_w}{1 + e} = \frac{2.7 \times 10}{1 + \left(\frac{2}{3}\right)} = 16.2 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$

۹۳- گزینه ۲ صحیح می باشد

خاک A دارای ضریب انحنای کوچکی است ($C_c < 1$)، این بدان معنی است که منحنی دانه بندی آن محدب و اکثر ذرات خاک ریزدانه هستند. در حالی که خاک B دارای ضریب انحنای بزرگی است ($C_c > 3$)، یعنی منحنی آن مقعر بوده و اکثر ذرات آن درشت دانه می باشند. آزمایش تراکم، خاک های درشت دانه بهتر متراکم می شوند یعنی به ازای انرژی تراکم یکسان نسبت به خاک های ریزدانه، با رطوبت کمتری (ω_{opt}) به وزن مخصوص خشک ماکزیمم بیشتری (γ_{dmax}) می رسند، پس:

$$(\gamma_{dmax})_B > (\gamma_{dmax})_A, (\omega_{opt})_A > (\omega_{opt})_B$$

۹۴- گزینه ۴ صحیح می باشد

نقاط A و B در لایه آرتزین قرار دارند، بنابراین اگر یک پیژومتر در نقطه B قرار دهیم، سطح ایستایی آب در آن با سطح ایستایی آب در پیژومتری که در نقطه A قرار گرفته است، یکسان خواهد بود. از طرفی می دانیم نقطه B به اندازه 5 متر بالاتر از نقطه A قرار دارد لذا می توان نتیجه گرفت که ارتفاع ستون آب در پیژومتری که در نقطه B واقع است، به اندازه 5 متر کمتر از ارتفاع ستون آب در پیژومتر واقع در نقطه A است:

$$\frac{P_B}{\gamma_w} = \frac{P_A}{\gamma_w} - 5 = 20 - 5 = 15 \text{ m} \rightarrow P_B = 10 \times 15 = 150 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$

۹۵- گزینه ۲ صحیح می باشد

$$\begin{cases} \omega_{sat} = \frac{e}{G_s} \\ \gamma_d = \frac{G_s \gamma_w}{1+e} \rightarrow G_s = \left(\frac{\gamma_d}{\gamma_w} \right) (1+e) \end{cases} \rightarrow \omega_{sat} = \left(\frac{\gamma_w}{\gamma_d} \right) \left(\frac{e}{1+e} \right) = n \left(\frac{\gamma_w}{\gamma_d} \right)$$

۹۶- گزینه ۴ صحیح می باشد

گرادیان هیدرولیکی بحرانی برای یک نوع خاک (با e و G_s مشخص) مقدار ثابتی است و با تغییرات اختلاف بار آبی بین بالادست و پایین دست جریان، تغییری نمی کند. مقدار گرادیان هیدرولیکی بحرانی به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$i_{cr} = \frac{\gamma'}{\gamma_w} = \frac{G_s - 1}{1+e}$$

۹۷- گزینه ۴ صحیح می باشد

$$Q = KH \left(\frac{N_f}{N_d} \right) = (0.01 \times 10^{-2}) (5-1) \left(\frac{3}{6} \right) = 2 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

۹۸- گزینه ۱ صحیح می باشد

$$\omega = \frac{W_w}{W_s} = \frac{1500-1350}{1350} = 0.11 = 11\%$$

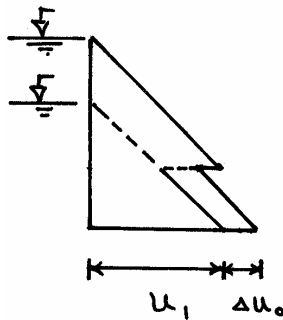
$$\text{حجم ماسه ریخته شده} = \text{حجم مخلوط} = V = \frac{1200}{1.6} = 750 \text{ cm}^3$$

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V} = \frac{1350}{750} = 1.8 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

با توجه به نتایج ارائه شده در بالا، می توان گفت که درصد آب مخلوط (نمونه خاک) 4 درصد کمتر از رطوبت بهینه است و وزن مخصوص خشک خاک نیز برابر وزن مخصوص خشک مجاز خاک (γ_{dmax}) می باشد:

$$\text{درجه تراکم} = \frac{\gamma_d}{\gamma_{dmax}} = \frac{1.8}{1.8} = 100\% \rightarrow \text{به اندازه تراکم مجاز کوبیده شده است.}$$

۹۹- گزینه ۲ صحیح می‌باشد



تغییر سطح آب در کوتاه‌مدت، بر فشار آب حفره‌ای لایه رسی بی‌تأثیر است و میزان فشار آب بر مینای سطح ایستایی اولیه سنجیده می‌شود (u_1) ولی باید در نظر داشت که به علت افزایش تنش کل ناشی از اشباع شدن لایه ماسه‌ای، در ابتدا این تفاوت تنش تماماً به آب منتقل می‌شود و مقدار فشار آب حفره‌ای را در لایه رسی به اندازه $\Delta u_0 = (\gamma_{sat} - \gamma)\Delta h$ افزایش می‌دهد. بنابراین می‌توان گفت بلافاصله بعد از صعود سطح آب فشار آب حفره‌ای در لایه رسی برابر است با:

$$u_R = u_1 + \Delta u_0$$

۱۰۰- گزینه ۳ صحیح می‌باشد

خاک در حد روانی مقاومت خود را از دست می‌دهد، بنابراین در وضعیتی که حجم نمونه 270 cm^3 و وزن آن 450 gr است، رطوبت خاک، رطوبت حد روانی است:

$$LL = PI + PL = 30 + 20 = 50\% \rightarrow \omega = LL = 0.5$$

در این حالت می‌توان نوشت:

$$\omega = \frac{W_w}{W_s} \rightarrow 0.5 = \frac{W_w}{W_s}, W = W_w + W_s = 450 \rightarrow W_w = 150 \text{ gr}, W_s = 300 \text{ gr}$$

$$V_w = 1 \times 150 = 150 \text{ cm}^3, V_s = V - V_w = 270 - 150 = 120 \text{ cm}^3$$

افزایش رطوبت نمونه از ۱۰ درصد تا ۱۵ درصد (حد انقباض) باعث افزایش حجم نمونه نخواهد شد ولی از آن به بعد با افزایش رطوبت حجم نمونه نیز افزایش می‌یابد. مقدار افزایش حجم نمونه در این حالت برابر افزایش حجم آب بعد از حد انقباض است:

$$\omega = \frac{W_{w_1}}{W_s} \rightarrow \omega = SL = 0.15 = \frac{W_{w_1}}{300} \rightarrow W_{w_1} = 45 \text{ gr} \rightarrow V_{w_1} = 1 \times 45 = 45 \text{ cm}^3$$

$$V_w = V_{w_1} + V_{w_2} \rightarrow 150 = 45 + V_{w_2} \rightarrow V_{w_2} = 105 \text{ cm}^3$$

V_{w_2} حجم آب اضافه شده به نمونه بعد از حد انقباض است که باعث افزایش حجم نمونه گردیده است.

۱۰۱- گزینه ۴ صحیح می‌باشد

هر چه نشانه خمیری خاکی کمتر باشد، خاصیت خمیری و در نتیجه چسبناکی آن نیز به هنگام حضور آب کمتر خواهد بود، در نتیجه نفوذپذیری خاک بیشتر خواهد شد. با فرض گرا دیان هیدرولیکی یکسان در نمونه‌ها، در خاک با نفوذپذیری بیشتر، سرعت آب بیشتر است ($V = Ki$). در این حالت می‌نویسیم:

$$\begin{cases} PI_1 = 55 - 30 = 25 \\ PI_2 = 60 - 30 = 30 \rightarrow PI_1 < PI_2 < PI_3 \rightarrow V_1 > V_2 > V_3 \\ PI_3 = 60 - 24 = 36 \end{cases}$$

۱۰۲- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

$$Q_1 = Q_2 \rightarrow \frac{K_1 A_1 \Delta h_1}{L_1} = \frac{K_2 A_2 \Delta h_2}{L_2} \xrightarrow{A_1=A_2, L_1=L_2} \frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} = \frac{K_2}{K_1} = \frac{3K_1}{K_1} = 3$$

$$\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2 = 2 \rightarrow \Delta h_1 = 1.5 \text{ m}, \Delta h_2 = 0.5$$

بنابراین اگر در سطح X-X یک پیزومتر قرار دهیم سطح آب در آن نسبت به سطح آب در بالا دست به اندازه ۰.۵ متر پایین آمده است. (افت بار آبی به علت حرکت آب در خاک ۲). در این حالت می‌توان نتیجه گرفت که ارتفاع ستون آب در پیزومتری که در این نقطه قرار داده‌ایم برابر است با:

$$\frac{u(X-X)}{\gamma_w} = 2 + 1 + 1.5 = 4.5 \text{ m} \rightarrow u(X-X) = 10 \times 4.5 = 45 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$

با محاسبه تنش کل در سطح X-X خواهیم داشت:

$$\sigma_{(X-X)} = 2 \times 20 + 1 \times 10 = 50 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$

و در نهایت به دست می‌آید:

$$\sigma'_{(X-X)} = \sigma_{(X-X)} - u_{(X-X)} = 50 - 45 = 5 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$

۱۰۳- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

$$\sigma'_A = \sigma_A - u_A = (15 \times 5 + 20 \times 5 + 20 \times 2) - (10 \times 12) = 95 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$

توجه: لایه مخلوط شن و ماسه تحت فشار آرتزین قرار دارد.

۱۰۴- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

با توجه به جدول ارائه شده مشاهده می‌شود که $\gamma_{d \max} = 18 \frac{\text{KN}}{\text{m}^3}$ و ω_{opt} می‌باشد. برای محاسبه درجه اشباع خاک در این حالت، داریم:

$$\gamma_{d \max} = \frac{G_s \gamma_w}{1+e} \rightarrow 18 = \frac{2.7 \times 10}{1+e} \rightarrow e = 0.5$$

$$\omega_{\text{opt}} G_s = S_r \cdot e \rightarrow 0.15 \times 2.7 = S_r \times 0.5 \rightarrow S_r = 0.81$$

۱۰۵- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

ابتدا وزن مخصوص لایه‌های نشان داده شده در پروفیل موردنظر را محاسبه می‌کنیم:

الف- ماسه ریزلای دار:

$$\gamma_t = \frac{G_s + S_r e}{1+e} \gamma_w = \frac{2.65 + 0.4 \times 0.5}{1+0.5} \times 10 = 19 \frac{\text{KN}}{\text{m}^3}$$

ب- ماسه ریز:

$$\gamma_{\text{sat}} = \frac{G_s + e}{1+e} \gamma_w = \frac{2.65 + 0.65}{1+0.65} \times 10 = 20 \frac{\text{KN}}{\text{m}^3}$$

ج- رس نرم:

$$\gamma_{\text{sat}} = \frac{G_s + e}{1+e} \gamma_w = \frac{2.6 + 1}{1+1} \times 10 = 18 \frac{\text{KN}}{\text{m}^3}$$

حال مقدار تنش مؤثر را در نقطه A محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma'_A = \sigma_A - u_A = (19 \times 2 + 20 \times 3 + 18 \times 2) - (4 \times 10) = 94 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$

۱۰۶- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

در این حالت مقداری از افت کلی که بین بالادست و پایین دست وجود دارد (H) به رس می‌رسد و از افت ماسه کم خواهد شد، لذا می‌توان گفت:

$$F.S = \frac{i_{\text{cr}}}{i_{\text{max}}} \rightarrow \text{زیاد می‌شود} \rightarrow \left(\frac{H}{N_d} \right) \rightarrow \text{کم می‌شود} \rightarrow \text{کم می‌شود} \rightarrow \text{برای ماسه H کم می‌شود.}$$

۱۰۷- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

ریزدانه است $\rightarrow P_{N_{200}} = 100 - 30 = 70\% > 50\%$

خاک رس است. $\rightarrow PI = 35 > PI_A = 0.73(LL - 20) = 0.73(60 - 20) = 29.2$ (C)

(H) حد روانی خاک بالاست. $LL = 25 + 35 = 60 > 50$

بنابراین نام خاک در سیستم طبقه‌بندی متحد CH می‌باشد.

۱۰۸- گزینه ۱ صحیح می باشد

$$K = \frac{aL}{At} \ln\left(\frac{h_1}{h_2}\right) = \frac{(0.24)(10)}{(80)(20 \times 60)} \ln\left(\frac{90}{75}\right) = 2.5 \times 10^{-5} \ln 1.2$$

۱۰۹- گزینه ۲ صحیح می باشد

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V} = \frac{G_s \gamma_w}{1+e} \rightarrow \frac{W_s}{10} = \frac{2.7 \times 10}{1+0.8} \rightarrow W_s = 150 \text{ KN}$$

$$\omega = \frac{W_w}{W_s} \rightarrow W_w = 150 \times 0.15 = 22.5 \text{ KN}$$

۱۱۰- گزینه ۳ صحیح می باشد

ترتیب «تمایل به جذب آب»، «خاصیت خمیری» و «قابلیت تورم» در کانی های رسی به شرح زیر است:
کائولینیت ها > ایلیت ها > مونت موریلونیت ها

مکانیک سیالات

۱۱۱- گزینه ۴ صحیح می باشد

$$W' = W - F_v \rightarrow 1 = 1.5 - 10^4 \times V \rightarrow V = 5 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\gamma_s = \frac{W}{V} = \frac{1.5}{5 \times 10^{-5}} = 3 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \rightarrow S = \frac{\gamma_s}{\gamma_w} = \frac{3 \times 10^4}{10^4} = 3$$

۱۱۲- گزینه ۲ صحیح می باشد

$$\sum F_y = 0 \rightarrow W = F_v, F_v = \gamma_w V$$

با استفاده از روش سیال مجازی می توان گفت حجم V در رابطه فوق حجم استوانه محیط شده بر مخروط، منهای حجم مخروط است که حاصل آن $\frac{2}{3}$ حجم استوانه خواهد بود (چرا؟)، لذا می نویسیم:

$$V = \frac{2}{3} \pi R^2 h, R = h \tan \frac{\alpha}{2} \rightarrow V = \left(\frac{2\pi}{3}\right) \left(h \tan 30^\circ\right)^2 (h) = \frac{2\pi h^3}{9}$$

$$\rightarrow V = \frac{2 \times 3 \times 3^3}{9} = 18 \text{ m}^3 \rightarrow W = F_v = \gamma_w \cdot V = (10)(18) = 180 \text{ KN}$$

۱۱۳- گزینه ۳ صحیح می باشد

$$\begin{cases} F_H = \bar{\gamma} A = (10)(0.5)(1 \times 1) = 5 \text{ KN} \\ F_V = \gamma V = (10) \left(\frac{1}{4} \times \pi \times 1^2\right) = 7.5 \text{ KN} \end{cases}$$

۱۱۴- گزینه ۳ صحیح می باشد

طبق معادله انتقال رینولدز نرخ افزایش N در داخل سیستم برابر است با نرخ افزایش N در داخل حجم کنترل به علاوه نرخ خالص خروج N از سطح کنترل

۱۱۵- گزینه ۴ صحیح می باشد

برای محاسبه فشار افقی وارد بر دریچه داریم:

$$F_H = P_G A, P_G = P_B$$

$$P_B + (3)(\gamma_w) - (3)(3\gamma_w) = 0 \rightarrow P_B = 6\gamma_w = 6 \times 10 = 60 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} \rightarrow F_H = (60)(\pi \times 1^2) = 60\pi \text{ KN}$$



برای محاسبه فشار قائم وارد بر دریچه می‌نویسیم:

$$F_V = \gamma_w V$$

که در این رابطه V حجم نیمکره است و با استفاده از روش سیال مجازی مشخص گردیده است، لذا خواهیم داشت:

$$F_V = (\gamma_w) \left(\frac{\pi D^3}{12} \right) = (10) \left(\frac{\pi \times 2^3}{12} \right) = \frac{20\pi}{3} \text{ KN}$$

و در نهایت به دست می‌آید:

$$\frac{F_H}{F_V} = \frac{60\pi}{\left(\frac{20\pi}{3} \right)} = 9$$

۱۱۶- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

با در نظر گرفتن المان سطح dA به صورت یک نوار مورب که دور تا دور مخروط قرار دارد، خواهیم داشت:

$$dA = 2\pi r ds, \quad ds = \frac{dr}{\sin \alpha} \rightarrow dA = \frac{2\pi r dr}{\sin \alpha}$$

$$dF = \tau dA, \quad \tau = \mu \frac{r\omega}{h} \rightarrow dF = \frac{2\pi\mu\omega r^2 dr}{h \sin \alpha}$$

$$dT = r dF = \frac{2\pi\mu\omega r^3 dr}{h \sin \alpha} \rightarrow T = \int_{R_1}^{R_2} \frac{2\pi\mu\omega r^3 dr}{h \sin \alpha} \rightarrow T = \frac{\pi\mu\omega (R_2^4 - R_1^4)}{2h \sin \alpha}$$

مقادیر R_2 و R_1 به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$R_2 = 0.2 \tan 30^\circ, \quad R_1 = 0.1 \tan 30^\circ$$

بنابراین با جایگذار مقادیر فوق در رابطه گشتاور و نیز جایگذاری سایر کمیت‌ها، خواهیم داشت:

$$T = \frac{(\pi)(0.003)(10)(0.2^4 - 0.1^4) \tan^4 30}{2(0.1 \times 10^{-3})(\sin 30)} = 0.05\pi = 0.157 \text{ N.m}$$

۱۱۷- گزینه ۳ صحیح می‌باشد

$$Q_1 = V_1 A_1 = (5)(2bh) = 10bh$$

$$Q_2 = \int_A u dA = 2 \int_0^h u_{\max} \left[1 - \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right] b dy = 2bu_{\max} \left[y - \frac{y^3}{3h^2} \right]_0^h = \frac{4}{3} bhu_{\max}$$

با بکارگیری معادله پیوستگی بین دو مقطع جریان خواهیم داشت:

$$Q_1 = Q_2 \rightarrow 10bh = \frac{4}{3} bhu_{\max} \rightarrow u_{\max} = 7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

توجه: سرعت در خط مرکزی جریان $u = u_{\max}$ است که به ازای $y = 0$ حاصل شده است.

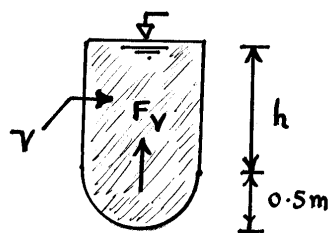
۱۱۸- گزینه ۲ صحیح می‌باشد

$$\tau = -\mu \left(\frac{du}{dr} \right), \quad \frac{du}{dr} = 1.5(0 - 800r) \rightarrow \tau = -0.005 \times 1.5(0 - 800 \times 0.05) = 0.3 \text{ Pa}$$

$$F = \tau \cdot A = (0.3)(\pi \times 0.1 \times 40) = 1.2\pi = 3.6 \text{ N}$$

$$P = F \cdot V = (3.6)(0.75) = 2.7 \text{ W}$$

۱۱۹- گزینه ۴ صحیح می باشد
با استفاده از روش سیال مجازی داریم:



$$\sum F_y = 0 \rightarrow W = F_v, F_v = \gamma \cdot V$$

$$17.5 = (10) \left(\pi \times 0.5^2 \times h + \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi \times 0.5^3 \right) \xrightarrow{\pi=3} h = 2\text{m}$$

۱۲۰- گزینه ۴ صحیح می باشد
الف- محاسبه نیروی هیدرواستاتیک وارد بر نیمکره بالایی:
با استفاده از روش سیال مجازی داریم:



$$F_{vt} = \gamma_w V = \gamma_w \left(\pi R^3 - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3 \right) = \frac{1}{3} \pi R^3 \gamma_w$$

ب- محاسبه نیروی هیدرواستاتیک وارد بر نیمکره پایینی:



$$F_{vb} = \gamma_w V = \gamma_w \left(\pi R^3 + \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3 \right) = \frac{5}{3} \pi R^3 \gamma_w$$

بنابراین به دست می آید:

$$\frac{F_{vb}}{F_{vt}} = \frac{\frac{5}{3} \pi R^3 \gamma_w}{\frac{1}{3} \pi R^3 \gamma_w} = 5$$

۱۲۱- گزینه ۱ صحیح می باشد

دما در هر دو حالت برابر است لذا با استفاده از قانون بویل (Boyle's law) خواهیم داشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 = T_2 \rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2 \\ P_1 = \gamma_w (1+10) = 11\gamma_w \text{ (فشار مطلق باید در نظر بگیریم)} \\ V_1 = (1.5) \left(\frac{\pi \times 2^2}{4} \right) = 1.5\pi \text{ m}^3 \\ P_2 = \gamma_w (5.5+L+10) = (15.5+L)\gamma_w \text{ (فشار مطلق باید در نظر بگیریم)} \\ V_2 = (L) \left(\frac{\pi \times 2^2}{4} \right) = \pi L \text{ m}^3 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow (11\gamma_w)(1.5\pi) = [(15.5+L)\gamma_w](\pi L) \rightarrow L^2 + 15.5L - 16.5 = 0$$

$$L = 1\text{m} \text{ (جواب قابل قبول معادله)} \rightarrow (p_{\text{abs}})_2 = (15.5+1) \times 10 = 165 \text{ kPa}$$

برای محاسبه نیروی ناشی از فشار، بایستی فشار نسبی را در نظر بگیریم (به دلیل این موضوع فکر کنید).

$$(P_g)_2 = 165 - 10 \times 10 = 65 \text{ kPa}$$

$$F_2 = (P_g)_2 \times A = 65 \times \left(\frac{\pi \times 2^2}{4} \right) = 65\pi = 195 \text{ KN}$$

۱۲۲- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

با استفاده از روش مانومتری محاسبه فشار می‌نویسیم:

$$P_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h - \gamma_1 (h_1 - h) = P_B \rightarrow$$

$$P_A + \gamma_1 h - \gamma_2 h = P_B \rightarrow P_A - P_B = \gamma_2 h - \gamma_1 h \rightarrow \frac{P_A - P_B}{\gamma_1} = \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1} - 1 \right) h = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right) h$$

۱۲۳- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

$$\tau = \mu \frac{v}{h} = \frac{\mu R \omega}{h}$$

$$F = \tau \cdot A, \quad A = 2\pi R L \rightarrow F = \frac{2\pi \mu \omega R^2 L}{h}$$

$$F_{\text{کل}} = 2F = \frac{4\pi \mu \omega R^2 L}{h}$$

$$T_{\text{کل}} = F_{\text{کل}} \times R = \frac{4\pi \mu \omega R^3 L}{h} = \frac{(4\pi)(0.25) \left(20 \times \frac{\pi}{30} \right) (0.1)^3 (0.6)}{(0.3 \times 10^{-3})} = 12 \text{ N.m}$$

۱۲۴- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

سیال درون مخزن با شتاب ثابت a در حال حرکت است بنابراین برآیند نیروهای وارد بر آن برابر است با:

$$\sum F = ma = \rho Va = (0.8 \times 1000) \left(\frac{\pi \times 2.5^2}{4} \times 8 \right) (1.5) = 45000 \text{ N} = 45 \text{ KN}$$

این نیرو از جانب مخزن به سیال وارد شده است، بنابراین سیال نیز عکس‌العمل این نیرو را به مخزن وارد می‌کند. تفاوت نیروی وارد به ابتدا و انتهای مخزن، برآیند نیروهای وارد به مخزن را نشان می‌دهد که از جانب سیال وارد شده است و همان نیروی عکس‌العمل 45 KN می‌باشد.

۱۲۵- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

با پایین آمدن مایع مانومتری به اندازه h در سیلندر، این مایع در لوله مایل به اندازه L بالا می‌رود. در این حالت حجم مایع پایین‌رفته در سیلندر برابر حجم مایع بالا رفته در لوله مایل است، لذا می‌توان نوشت:

$$V_1 = V_2 \rightarrow \left(\frac{\pi D^2}{4} \right) (h) = \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) (L) \rightarrow h = \left(\frac{d}{D} \right)^2 L \rightarrow h = \left(\frac{5}{25} \right)^2 (50) = 2 \text{ mm}$$

اگر فشار هوای درون مجرا با P_A نشان داده شود، در آن صورت با نوشتن رابطه مانومتری محاسبه فشار خواهیم داشت:

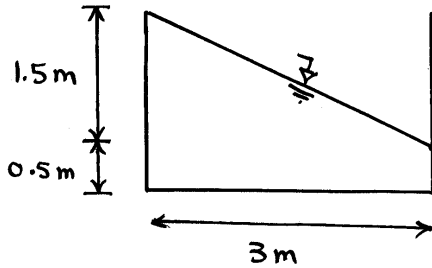
$$P_A + \gamma(L \sin \theta + h) = P_{\text{atm}} = 0 \rightarrow P_A = -8000 (0.05 \sin 30 + 0.002) = -216 \text{ Pa}$$

۱۲۶- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

ابتدا شیب سطح آزاد آب را تحت شتاب وارده محاسبه می‌کنیم:

$$\tan \theta = \frac{a_x}{a_y + g} = \frac{8}{6 + 10} = \frac{1}{2}$$

حال با ترسیم موقعیت سطح آزاد آب در این حالت خواهیم داشت:



$$V_1 = 3 \times 1.5 \times 2 = 9 \text{ m}^3$$

$$V_2 = (2 + 0.5) \left(\frac{3}{2} \right) (2) = 7.5 \text{ m}^3$$

$$\Delta V = V_1 - V_2 = 9 - 7.5 = 1.5 \text{ m}^3$$

۱۲۷- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

با در نظر گرفتن طول واحد (عمود بر صفحه) برای سد می‌نویسیم:

$$FS = \frac{F_R}{F_d} = \frac{\mu N}{F_H} = \frac{W \tan \delta}{\gamma h A} = \frac{\left[(2+4) \left(\frac{8}{2} \right) (24) \right] (0.5)}{(10)(3)(6)} = 1.6$$

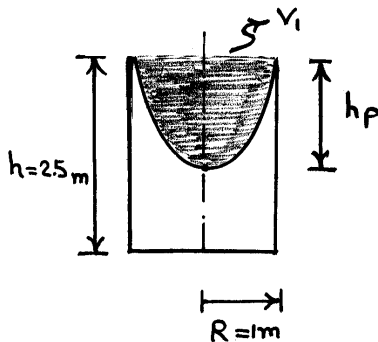
۱۲۸- گزینه ۲ صحیح می‌باشد

معادله پیوستگی جریان با شرط دائمی بودن جریان به صورت $\int_{c.s} \rho v \cdot dA = 0$ نوشته می‌شود. حال اگر جریان تراکم‌ناپذیر باشد (با دانسیته ثابت)، خواه دائمی یا غیردائم، معادله پیوستگی آن به صورت زیر خواهد بود:

$$\int_{c.s} v \cdot dA = 0$$

۱۲۹- گزینه ۲ صحیح می‌باشد

وضعیت سیال درون ظرف به هنگام دوران آن به صورت زیر است:



$$V_1 = \frac{1}{4} V \rightarrow \left(\frac{1}{2} \times \pi R^2 h_p \right) = \frac{1}{4} (\pi R^2 h)$$

$$\rightarrow h_p = \frac{1}{2} h = \frac{2.5}{2} = 1.25$$

$$h_p = \frac{R^2 \omega^2}{2g} \rightarrow 1.25 = \frac{1^2 \times \omega^2}{2 \times 10} \rightarrow \omega = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

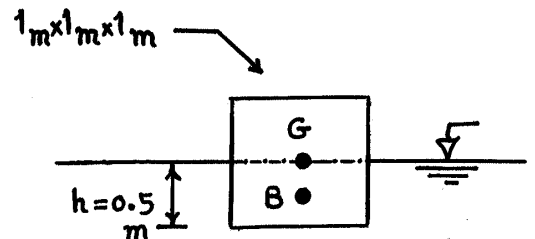
توجه: حجم سهمیگون نصف حجم استوانه محیطی اش می‌باشد.

۱۳۰- گزینه ۳ صحیح می‌باشد

$$\sum F_y = 0 \rightarrow W = F_v \rightarrow (400 \times 10) = (0.8 \times 10000)(1 \times 1 \times h) \rightarrow h = 0.5 \text{ m}$$

$$MG = MB - GB = \frac{\gamma I}{W} - GB = \frac{(8000) \left(\frac{1^4}{12} \right)}{(400 \times 10)} - 0.25 = -0.083 \text{ m}$$

$$GB = 0.5 - 0.25 = 0.25 \text{ m} =$$



توجه: از آنجائیکه $MG < 0$ شده است، می‌توان نتیجه گرفت که تعادل جسم ناپایدار و نقطه M بین G و B قرار دارد، همچنین توجه داشته باشید که I ممان اینرسی پلان جسم شناور حول محور عمود بر صفحه (محور ضعیف) می‌باشد.

