

قابل توجه دانشجویان گرامی

ذکر نکات زیر در رابطه با آزمون‌های رشته مهندسی عمران که اکنون پاسخ تشریحی اولین آزمون آن پیش روی شما عزیزان قرار دارد ضروری به نظر می‌رسد:

۱- آزمون‌ها به سه دسته طبقه‌بندی، دوره‌ای و جامع تفکیک شده‌اند که هر یک با ساختار خاص خود طراحی شده است. آزمون‌های ۲۵ درصد اول، دوم، سوم و چهارم، آزمون‌های طبقه‌بندی را تشکیل می‌دهند، آزمون‌های ۵۰ درصد اول و دوم، آزمون‌های دوره‌ای می‌باشند و آزمون‌های جامع شامل آزمون‌های ۱۰۰ درصد اول و دوم هستند.

۲- طراحی سوالات از نظر درجه سختی مطابق با سبک سوالات آزمون‌های سراسری در سال‌های اخیر است. در همین راستا تعداد سوالات مشکل، متوسط و آسان بر اساس یک بودجه‌بندی مشخص می‌باشد.

۳- در طرح سوالات سعی شده تا مفاهیم پایه، بیشتر مورد توجه قرار گیرند. موضوع مورد سوال از این مفاهیم به گونه‌ای است که خلاقیت دانشجو را تقویت می‌کند، از این رو بیشتر طرح سوالات جدید مدنظر بوده است.

۴- با توجه به اهمیت سوالات آزمون سراسری، گروه طرح سوالات، تشابه فکری و هماهنگی ساختاری با آزمون سراسری در سال‌های اخیر را نیز در نظر داشته است.

۵- از آنجائیکه آزمون به دنبال اهداف آموزشی و آزمایشی به صورت توأم می‌باشد، لذا فراهم کردن پاسخ تشریحی کامل و جامع، به خصوص در دروس تخصصی، در دستور کار قرار گرفته است.

۶- هدف گروه مهندسی عمران طراحی آزمون‌هایی با کیفیت بالا و البته برتر در مقایسه با سایر آزمون‌های مشابه است. راهنمایی‌های ارزنده شما قطعاً ما را در رسیدن به این اهداف یاری خواهد کرد.

موفق و پیروز باشید

ساسان امیرافشاری

Part A: vocabulary

- ۱- گزینه ۳ صحیح می‌باشد
flourish به معنی شکوفا شدن
- ۲- گزینه ۴ صحیح می‌باشد
Jeopardize به معنی به خطر افتادن
- ۳- گزینه ۲ صحیح می‌باشد
scrutinize به معنی دقیقاً بررسی کردن
- ۴- گزینه ۱ صحیح می‌باشد
tolerate به معنی تحمل کردن
- ۵- گزینه ۴ صحیح می‌باشد
terminate به معنی پایان دادن
- ۶- گزینه ۳ صحیح می‌باشد
emerge به معنی نمایان شدن، حاصل شدن
- ۷- گزینه ۱ صحیح می‌باشد
equip به معنی مجهز کردن
- ۸- گزینه ۱ صحیح می‌باشد
- ۹- گزینه ۱ صحیح می‌باشد
- ۱۰- گزینه ۴ صحیح می‌باشد
- ۱۱- گزینه ۲ صحیح می‌باشد
- ۱۲- گزینه ۴ صحیح می‌باشد
- ۱۳- گزینه ۲ صحیح می‌باشد
- ۱۴- گزینه ۳ صحیح می‌باشد
- ۱۵- گزینه ۲ صحیح می‌باشد
چون مرجع شبه جمله وصفی "The doctor" انسان و مفعول است. ضمیر موصولی whom صحیح است.
- ۱۶- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

Gerund

passive

past tense

future perfect tense will + have + p . p

(By the time)

الف- ترجمه صورت سوال:

کدامیک از عبارت‌های زیر در مورد «شمع‌های در جا ریخته» صحیح است؟

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب- ۱- ترجمه گزینه چهارم: قفسه آرماتوری در ظرفیت انتقال بار شمع مشارکت دارد.

ب- ۲- علت انتخاب این گزینه: همان‌طور که در پاراگراف دوم به آن اشاره شد، در صورت استفاده از قفسه آرماتوری این مصالح برابر می‌شوند که گزینه چهارم نیز همین مفهوم را بیان می‌دارد. توجه کنید که عبارتی شبیه به عبارت فوق در همین پاراگراف و در مورد پوسته فولادی در "steel shell" آورده شده است که مفهوم آن نشان‌دهنده عدم باربری پوسته فولادی است و نباید آن را با عبارت آورده شده در گزینه چهارم اشتباه کرد.

ج - بررسی گزینه‌های نادرست

ج-۱- گزینه ۱ نادرست است؛ زیرا شمع‌های درجا ریخته شده را به عنوان تنها شمع‌های حجیم "displacement piles" معرفی می‌کند حال آنکه آخرین جمله پاراگراف آخر، شمع‌های چوبی را هم، شمع حجیم می‌داند.

ج-۲- گزینه ۲ نادرست است؛ زیرا مشخصات مربوط به پوسته فولادی را به قفسه آرماتوری نسبت می‌دهد.

ج-۳- گزینه ۳ نادرست است؛ زیرا اشاره به این مفهوم دارد که شمع‌های بتونی درجا ریخته شده، صرفاً تحت بارهای فشاری هستند. حل آنکه در پاراگراف دوم اشاره شده است که این شمع‌ها در حالت کلی صرفاً تحت فشار نبوده و می‌توانند بار جانبی و لنگر هم تحمل کنند.

۱۷ - گزینه ۳ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه سوال:

مشخصه مهم یک شمع پیش‌ساخته آن است که:

ب - بررسی گزینه صحیح:

ب - ۱- ترجمه گزینه سوم: شمع پیش‌ساخته از بتن مسلح یا بتن پیش‌ساخته در یک محوطه کارگاهی ساخته می‌شود.

ب - ۲- علت انتخاب این گزینه: همان‌طور که از نام این شمع (پیش‌ساخته) مشخص است ویژگی مهم آن پیش‌ساخته بودنش می‌باشد که انحصاراً مربوط به این نوع شمع است و صراحتاً در پاراگراف سوم به آن اشاره شده است.

ج- بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه‌های اول و دوم مشخصه‌هایی از شمع پیش‌ساخته را بیان می‌کنند که اگر چه صحیح است ولی در شمع‌های دیگر هم وجود دارند و انحصاراً مربوط به شمع پیش‌ساخته نیستند. گزینه‌ی چهارم نیز اشاره به این مطلب دارد که وقتی طول شمع مشخص باشد بایستی فقط از شمع پیش‌ساخته استفاده کرد، در صورتی‌که در پاراگراف سوم این حالت را به عنوان ترجیح شمع پیش‌ساخته بر بقیه شمع‌ها بیان می‌کند.

۱۸ - گزینه ۱ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سوال:

کدام یک از عبارات‌های زیر صحیح است؟

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب- ۱- ترجمه گزینه اول: شمع‌های پیش‌ساخته می‌توانند بارهای بیشتر از 2MN را منتقل کنند.

ب- ۲- علت انتخاب این گزینه: رجوع شود به آخرین جمله پاراگراف سوم

ج- بررسی گزینه‌های نادرست:

ج-۱- گزینه ۲ نادرست است؛ زیرا خارج کردن هسته خاکی شمع و جایگزینی آن با بتن را به انواع مختلف شمع‌های فولادی نسبت می‌دهد، حال آنکه طبق آنچه در پاراگراف چهارم به آن اشاره شده است، خارج کردن هسته خاکی شمع و جایگزینی آن با بتن، مربوط به شمع‌های فولادی لوله‌ای است.

ج-۲- گزینه ۳ نادرست است؛ زیرا در متن هیچ‌گونه‌ای اشاره‌ای به ترجیح دادن شمع‌های فولادی به بتنی توسط مهندسان نشده است.

ج - ۳- گزینه ۴ نادرست است؛ زیرا همان‌طور که در پاراگراف سوم به آن اشاره شده است، شمع سیلندری ریموند (Reymond) یک شمع پیش‌ساخته است که در این گزینه به عنوان شمع «درجا ریخته شده» معرفی گشته است.

۱۹ - گزینه ۴ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سوال:

قرار است سازه‌ای بر روی زمینی از خاک نرم ساخته شود. محل احداث سازه ساحل نوشهر است و بایستی سازه توسط شمع‌هایی به طول 20 متر نگه داشته شود. بهترین گزینه را با توجه به اطلاعات داده شده، انتخاب کنید.

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب- ۱- ترجمه گزینه چهارم: با توجه به حساسیت شمع‌های چوبی نسبت به پوسیدگی و ارگانوسم‌های آبی، توصیه می‌شود تا نوع دیگری از شمع‌ها را انتخاب نماییم.

ب- ۲- علت انتخاب این گزینه: با توجه به واقع شدن سازه در منطقه ساحلی و با در نظر گرفتن مطالب ارائه شده در پاراگراف پنجم، این گزینه صحیح است.

ج- بررسی گزینه نادرست:

ج- ۱- گزینه ۱ نادرست است؛ زیرا محدودیت طولی ۱۲ متر را (در حالیکه به شمع با طول ۲۰ متری نیاز داریم)، عاملی برای عدم استفاده از شمع‌های چوبی می‌داند، در حالیکه طبق آنچه صراحتاً در پاراگراف پنجم به آن اشاره شده است، می‌توان با بهم وصل کردن شمع‌های چوبی، طول‌های بیشتری را در اختیار داشت.

ج- ۲- گزینه ۲ نادرست است؛ زیرا در متن اشاره‌ای به محدودیت رطوبت برای شمع‌های بتنی نشده است.

ج- ۳- گزینه ۳ نادرست است؛ زیرا علیرغم وجود درختان زیاد در منطقه (منبع تغذیه شمع چوبی)، عامل نزدیکی به ساحل و دریا نمی‌تواند استفاده از شمع‌های چوبی در این منطقه توجیه کند.

۲۰- گزینه ۲ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سوال:

کدام عبارت در مورد شمع‌ها صحیح است؟

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب- ۱- ترجمه گزینه دوم: عمل توپی گذاری (plugging) نه برای بالا بردن طول تسلیم بلکه جهت افزایش ظرفیت باربری به کار می‌رود.

ب- ۲- علت انتخاب این گزینه: در پاراگراف چهارم صراحتاً به عبارت گزینه دوم اشاره شده است.

ج- بررسی گزینه‌های نادرست

ج- ۱- گزینه ۱ نادرست است؛ زیرا در متن اشاره‌ای به مشکلات شمع‌های پیش‌ساخته در مرحله ساخت آنها نشده است و مشکلات ذکر شده مربوط به حمل شمع‌های بلند، قطعه کردن شمع‌ها و افزایش طول آنها است.

ج- ۲- گزینه ۳ نادرست است؛ زیرا با توجه به آنچه در پاراگراف پنجم به آن اشاره شده است، استفاده از شمع‌های چوبی از گذشته تاکنون بوده است (ماضی نقلی = have been used) در حالیکه این گزینه استفاده از این شمع‌ها را مربوط به گذشته می‌داند.

ج- ۳- گزینه ۴ نادرست است؛ زیرا شمع‌های لوله‌ای فولادی را به عنوان شمع‌های غیرحجیم (nondisplacement piles) می‌داند، حل آنکه در پاراگراف چهارم شمع‌های فولادی با مقطع H و شمع‌های فولادی نورد شده در ردیف شمع‌های غیرحجیم به حساب آمده‌اند.

۲۱- گزینه ۴ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سوال:

مطابق متن، کدامیک از سازه‌های زیر نباید ساخته شوند؟

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب- ۱- ترجمه گزینه چهارم: ساختمانی با دیوار برشی در طبقات بالایی و سیستم قاب خمشی در طبقات پایین‌تر

ب- ۲- علت انتخاب گزینه: همان‌طور که در پاراگراف چهارم اشاره شده است، سیستم سازه‌ای (سیستم مقاوم در برابر زلزله) نباید در طبقات مختلف، متفاوت باشد بنابراین گزینه چهارم که شامل دو سیستم سازه‌ای متفاوت (دیوار خمشی و قاب خمشی) است، مناسب نبوده و نباید ساخته شود.

ج- بررسی گزینه‌های نادرست

ج- ۱- گزینه ۱ نادرست است؛ زیرا طبق آنچه در پاراگراف دوم به آن اشاره شده است، این نوع ساختمان‌ها (مکعب مستطیل) از شکل مناسبی برای مقابله با زلزله برخوردار می‌باشند و معنی جهت ساخت آنها نیست.

ج - ۲- گزینه ۲ نادرست است؛ زیرا هیچگونه منعی برای احداث ساختمان‌هایی که به صورت «U شکل» و یا «L شکل» هستند، وجود ندارد و در پاراگراف دوم تنها اشاره به ضعف آنها نسبت به ساختمان‌های مکعب مستطیل شده است.

ج - ۳- گزینه ۳ نادرست است؛ زیرا طبق آنچه در پاراگراف پنجم به آن اشاره شده است می‌توان ساختمانی با بلوک‌های خشتی ساخت مشروط بر اینکه با مسلح کردن آن، مقاوم‌سازی در برابر زلزله انجام شود. (از مصالح ترد به مصالح شکل‌پذیر تبدیل شوند).

۲۲- گزینه ۳ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سوال:

کدامیک از عبارات زیر در مورد پی‌های ساختمان صحیح است؟

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب - ۱- ترجمه گزینه سوم: پی‌های منفرد ستون‌ها و فونداسیون‌های کم عمق (کم‌ضخامت) مستعد خراب شدن می‌باشند.

ب - ۲- علت انتخاب این گزینه: طبق آنچه در پاراگراف ششم به آن اشاره شده است، این دو نوع سیستم پی‌سازی در مقابل زلزله آسیب‌پذیر می‌باشند.

ج - بررسی گزینه‌های نادرست:

ج - ۱- گزینه ۱ نادرست است؛ زیرا طراحی مناسب پی‌ها را دلیل متداول آسیب‌پذیری آنها در برابر زلزله می‌داند که به وضوح نادرست است.
ج - ۲- گزینه ۲ نادرست است؛ زیرا مورد اشاره شده در این گزینه صرفاً در مورد فونداسیون‌های کم‌عمق صادق است، حال آنکه گزینه دوم آن را به صورت کلی و برای تمام فونداسیون‌ها به کار برده است.

ج - ۳- گزینه ۴ نادرست است؛ زیرا علاوه بر نشست غیریکسان پی، مسئله «روانگرایی خاک» نیز به هنگام زلزله می‌تواند آسیب‌رسان باشد که در پاراگراف ششم به آن اشاره شده است. (روانگرایی خاک = soil liquefaction)

۲۳- گزینه ۳ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سوال:

کدامیک از عبارات‌های زیر صحیح نمی‌باشد؟

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب - ۱- ترجمه گزینه سوم: ترد بودن زمینی که زیر یک ساختمان قرار دارد می‌تواند سبب واژگونی آن ساختمان شود.

ب - ۲- علت انتخاب این گزینه: در متن اشاره‌ای به ترد بودن زمین نشده است و تنها ترد بود مصالح سازه مورد توجه قرار گرفته است. بنابراین این عبارت (گزینه سوم) صحیح نمی‌باشد.

ج - بررسی گزینه‌های نادرست:

ج - ۱- گزینه ۱ نادرست است؛ زیرا بیان می‌کند که بتن با استفاده از فولاد به خوبی شکل‌پذیر می‌شود که البته عبارت درستی است. (پاراگراف پنجم)

ج - ۲- گزینه ۲ نادرست است؛ زیرا بیان می‌کند که استفاده مناسب از دیواربرشی می‌تواند صلبیت سازه‌های بتن آرمه را تأمین نماید که البته عبارت درستی است. (پاراگراف چهارم)

ج - ۳- گزینه ۴ نادرست است؛ زیرا بیان می‌کند که علت اصلی خرابی‌های سازه‌ای این است که اغلب ساختمان‌ها فقط برای تحمل تنش‌های قائم مدنظراند، حال آنکه نیروی زلزله به صورت افقی وارد می‌شود که البته عبارت درستی است. (پاراگراف اول)

۲۴- گزینه ۲ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سوال:

کدامیک از عبارات‌های زیر صحیح است؟

ب- بررسی گزینه صحیح:

ب - ۱- ترجمه گزینه دوم: ساختمان‌هایی که به لحاظ سازه‌ای مناسب طراحی شده‌اند، ممکن است بعضی مواقع خراب شوند.

ب- ۲- علت انتخاب این گزینه: همان طور که در پاراگراف آخر آمده است، این سازه‌ها (سازه‌هایی که به لحاظ سازه‌ای قوی می‌باشند) ممکن است به دلیل طراحی نامناسب فونداسیون خراب شوند که مفهوم اشاره شده در گزینه دوم است.

ج - بررسی گزینه‌های نادرست:

ج- ۱- گزینه ۱ نادرست است؛ زیرا طبق آنچه در پاراگراف چهارم آمده است مطالب مورد اشاره در این گزینه مربوط به راستای قائم است نه افقی.

ج- ۲- گزینه ۳ نادرست است؛ زیرا صرفاً استفاده از مصالح شکل‌پذیر تضمین‌کننده مقاومت در برابر زلزله نیست و علاوه بر آن بایستی سازه از طراحی مناسبی نیز برخوردار باشد.

ج- ۳- گزینه ۴ نادرست است؛ زیرا در پاراگراف سوم آمده است که اگر لازم باشد در سازه‌ای از بازشوهای بزرگ استفاده شود و یا طراحی یک ساختمان با طبقه اول باز (مثل پیلوت جهت پارکینگ) مدنظر باشد، می‌بایست که تدابیر ویژه‌ای انجام شود تا یکپارچگی سازه حفظ گردد بنابراین وجود باز شوهای بزرگ در ساختمان را می‌توان با تدابیری جبران نمود.

۲۵- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سوال:

نزدیک‌ترین عبارت مترادف برای کلمه "sway" که در پاراگراف پنجم آمده است، کدام است؟

ب - بررسی گزینه‌های صحیح و گزینه‌های نادرست:

کلمه "sway" به معنی تغییر مکان جانبی (Lateral displacement) است که در گزینه اول آمده است. گزینه‌های دوم، سوم و چهارم به ترتیب به معنی فاضلاب، صلبیت و مقاومت کردن می‌باشند.

۲۶- گزینه ۲ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سوال و پاسخ صحیح:

تخلخل (porosity) نسبت حجم فضای خالی به حجم کل خاک است.

ب - ترجمه گزینه‌های نادرست:

void ratio = نسبت تخلخل، void volume = حجم فضای خالی، Degree of saturation = درجه اشباع

۲۷- گزینه ۳ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سوال و پاسخ صحیح:

حد روانی (Liquid limit) میزان رطوبتی است که به ازای آن خاک از حالت خمیری به حالت روانی درمی‌آید.

ب - ترجمه گزینه‌های نادرست:

Plastic index = نشانه خمیری، Plastic limit = حد خمیری، shrinkage limit = حدانقباض

۲۸- گزینه ۴ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سوال و پاسخ صحیح:

فشرده کردن خاک به وسیله خروج هوای آن و آرایش مجدد ذرات خاک متراکم کردن (to compact) خاک نامیده می‌شود.

ب - ترجمه گزینه‌های نادرست:

compaction = تراکم، sedimentation = رسوب‌گذاری، ته‌نشینی، Drain = زهکشی (کردن)

توجه: همان طور که ملاحظه می‌شود مفهوم عبارت مورد سوال عمل تراکم است که چون قبل از جای خالی حرف اضافه to آمده است، این کلمه بایستی به فرم فعل (compact) به کار رود.

۲۹- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

الف- ترجمه صورت سوال و پاسخ صحیح:

با استفاده از تئوری الاستیسیته می توان یک تقریب اولیه و ساده برای محاسبه (calculate) تغییر شکل های خاک در کرنش های کوچک در اختیار داشت.

ب - بررسی و ترجمه گزینه های نادرست:

ب-۱- گزینه ۲ نادرست است؛ زیرا Determine به معنی مشخص کردن از طریق عقل بصری و حواس پنجگانه است، در صورتی که تئوری الاستیسیته یک علم حسابی می باشد.

ب-۲- گزینه ۳ نادرست است؛ زیرا Predict به معنی پیش بینی کردن است و توسط انسان و بر مبنای استنباط صورت می گیرد حال آنکه طبق آنچه در بررسی گزینه دوم اشاره شد، تئوری الاستیسیته مکانیزم محاسباتی دارد.

ب-۳- گزینه ۴ نادرست است؛ زیرا Guess به معنی حدس زدن است و طبیعتاً تئوری الاستیسیته نمی تواند تغییر شکل های خاک را حدس بزند!

۳۰- گزینه ۲ صحیح می باشد.

الف- ترجمه صورت سوال و پاسخ صحیح:

در پاراگراف زیر جای خالی را پر کنید.

قطر D_{10} ، اندازه مؤثر خاک نامیده می شود و در سال 1893 توسط آلن هیزن و بهنگام کار وی در ارتباط با فیلترهای خاکی، ابداع شد هرچه D_{10} اندازه بزرگتری داشته باشد، خاک درشت دانه تر و مشخصات زهکشی (Drainage) آن بهتر می شود.

ب - ترجمه گزینه های نادرست:

classification = طبقه بندی، Borrow material = مصالح قرصه، Boundary layer = لایه مرزی

توجه: از آنجایی که در صورت سوال ذکر شده است D_{10} در ارتباط با فیلترهای خاکی ابداع شده است، لذا می توان انتظار داشت که این قطر به مشخصات زهکشی خاک مربوط باشد.

ریاضی

۳۱- گزینه ۴ صحیح می باشد.

طبق قضیه بولتزانو اگر بخواهیم معادله مذکور در فاصله $(-2, 1)$ دارای ریشه حقیقی باشد باید تابع $f(x) = x^2 - mx + (2m+1)$ داشته باشیم:

$$f(-2)f(1) < 0 \rightarrow (4+2m+2m+1)(1-m+2m+1) < 0 \rightarrow (4m+5)(m+2) < 2$$

	-2	- $\frac{5}{4}$	
(4m+5)(m+2)	+	-	+

لذا کفایت $-2 < m < -\frac{5}{4}$

۳۲- گزینه ۳ صحیح می باشد.

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} n \sqrt{\frac{(2n+3)(2n+2)(2n+1)(2n)!}{(n!)^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[2n]{(2n+3)(2n+2)(2n+1)} \sqrt[2n]{(2n)!}}{\left(\sqrt[n]{n!}\right)^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[2n]{8n^3} \left(\frac{2n}{e}\right)^2}{\left(\frac{n}{e}\right)^2} = 4$$

۳۳- گزینه ۳ صحیح می باشد.

حد مبهم از نوع 1^∞ می باشد.

$$\ln I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \ln \left(\frac{\text{Arcsin } x}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \ln \left(\frac{x + \frac{x^3}{6}}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \ln \left(1 + \frac{x^2}{6} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \left(\frac{x^2}{6} \right) = \frac{1}{6} \rightarrow I = e^{\frac{1}{6}}$$

توجه کنید وقتی $A \rightarrow 0$ داریم:

$$\begin{cases} \text{Arcsin } A \sim A + \frac{A^3}{6} \\ \ln(1+A) \sim A \end{cases}$$

۳۴- گزینه ۱ صحیح می باشد.

وقتی $x \rightarrow 0^+$ داریم:

$$2^{-x} \rightarrow 2^{(0^-)} \rightarrow 1^- \quad , \quad 3^{-x} \rightarrow 3^{(0^-)} \rightarrow 1^-$$

$$I = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left[\frac{2^{-x} + 1}{3^{-x} - 2} \right] = \left[\frac{1^- + 1}{1^- - 2} \right] = \left[\frac{2^-}{-(1^+)} \right] = -2$$

وقتی $x \rightarrow +\infty$ داریم:

$$2^{-x} \rightarrow 2^{-\infty} \rightarrow 0^+ \quad , \quad 3^{-x} \rightarrow 3^{-\infty} \rightarrow 0^+$$

$$I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{2^{-x} + 1}{3^{-x} - 2} \right] = \left[\frac{0^+ + 1}{0^+ - 2} \right] = \left[\frac{1^+}{-(2^-)} \right] = -1$$

۳۵- گزینه ۲ صحیح می باشد.

با فرض $z = x + iy$ معادله مورد نظر چنین می شود:

$$\sqrt{x^2 + y^2} - (x + iy) = 1 + 2i \rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} - x = 1 \\ -y = 2 \rightarrow y = -2 \end{cases}$$

با قرار دادن $y = -2$ در معادله اول به دست می آید:

$$\sqrt{x^2 + 4} - x = 1 \rightarrow x^2 + 4 = (x + 1)^2 \rightarrow x^2 + 4 = x^2 + 2x + 1 \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

ملاحظه می شود $x = \frac{3}{2}$ و $y = -2$ معادله $\sqrt{x^2 + y^2} - x = 1$ را ارضاء می کند (ریشه خارجی وارد مسأله نشده است) لذا داریم:

$$z = \frac{3}{2} - 2i \rightarrow \text{Re } z \cdot \text{Im } z = -3$$

۳۶- گزینه ۳ صحیح می باشد.

$$\frac{(z+1)^5}{(z-1)^5} + 1 = 0 \rightarrow \left(\frac{z+1}{z-1} \right)^5 = -1$$

با فرض $\frac{z+1}{z-1} = t$ داریم:

$$t^5 = -1 \rightarrow t = \sqrt[5]{-1} = \sqrt[5]{1} e^{i \frac{\pi + 2k\pi}{5}} = e^{i \frac{\pi + 2k\pi}{5}}$$

پس داریم:

$$\frac{z+1}{z-1} = e^{i(1+2k)\frac{\pi}{5}} \rightarrow z+1 = e^{i(1+2k)\frac{\pi}{5}} (z-1) \rightarrow z \left(e^{i(1+2k)\frac{\pi}{5}} - 1 \right) = 1 + e^{i(1+2k)\frac{\pi}{5}} \rightarrow z = \frac{e^{i(1+2k)\frac{\pi}{5}} + 1}{e^{i(1+2k)\frac{\pi}{5}} - 1}$$

$$z = \frac{e^5 + 1}{e^5 - 1} \cdot \frac{3\pi}{3\pi} \quad \text{به ازا، } k=1 \text{ داریم}$$

۳۷- گزینه ۱ صحیح می باشد.

$$F: x^2 + y^2 - 2 \rightarrow \nabla F = 2xi + 2yj$$

نرمال رویه اول به صورت زیر می باشد:

$$\nabla F(1, -1, 1) = 2i - 2j = \vec{N}_1$$

$$G: y^2 + z^2 - 2 \rightarrow \nabla G = 2yj + 2zk$$

نرمال رویه دوم به صورت زیر می باشد:

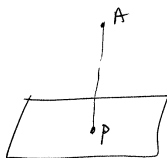
$$\nabla G(1, -1, 1) = -2j + 2k = \vec{N}_2$$

از ضرب خارجی نرمال های دو رویه در هر کدام از نقاط تلاقیشان، بردار مماس بر منحنی فصل مشترک آن دو رویه در نقطه مذکور مشخص می شود:

$$\vec{N}_1 \times \vec{N}_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -i - j - k$$

۳۸- گزینه ۱ صحیح می باشد.

در حقیقت P باید تصویر نقطه $A(-2, 15, -7)$ روی صفحه $5x - 14y + 2z + 9 = 0$ باشد.



معادله خط AP چنین است:

$$\frac{x+2}{5} = \frac{y-15}{-14} = \frac{z+7}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 5t - 2 \\ y = -14t + 15 \\ z = 2t - 7 \end{cases}$$

نقطه تقاطع این خط با صفحه داده شده چنین به دست می آید (که در حقیقت مشخص کننده P می باشد).

$$5(5t - 2) - 14(-14t + 15) + 2(2t - 7) + 9 = 0 \rightarrow 225t - 225 = 0 \rightarrow t = 1$$

لذا طول نقطه P چنین است:

$$x = 5t - 2 \Big|_{t=1} = 3$$

۳۹- گزینه ۳ صحیح می باشد.

با انتخاب $z = \sqrt{5e^x + y^2}$ داریم:

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy = \frac{5e^x}{2\sqrt{5e^x + y^2}} dx + \frac{2y}{2\sqrt{5e^x + y^2}} dy$$

به ازا، $\begin{cases} x = 0 & , & dx = 0.02 \\ y = 2 & , & dy = 0.03 \end{cases}$ داریم:

$$dz = \frac{5e^0}{2\sqrt{5e^0 + 2^2}} \cdot 0.02 + \frac{2}{\sqrt{5e^0 + 2^2}} \cdot 0.03 = \left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{2}{100}\right) + \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{100}\right) = \frac{11}{300}$$

از آن جا که $z(0,2) = \sqrt{5e^0 + 2^2} = 3$ داریم:

$$z(0.02, 2.03) = 3 + \frac{11}{300} = \frac{911}{300}$$

۴۰- گزینه ۳ صحیح می باشد.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin xy}{\sqrt{x^2+y^2}} = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} = \lim_{r \rightarrow 0, \forall \theta} \frac{r \cos \theta r \sin \theta}{r} = \lim_{r \rightarrow 0, \forall \theta} r \cos \theta \sin \theta = 0$$

که در آن $\cos \theta \sin \theta$ کراندار است، پس f در $(0,0)$ دارای حد است:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h,0) - f(0,0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin((h)(0))}{\sqrt{h^2+0^2}} - 0}{h} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0,h) - f(0,0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin((0)(h))}{\sqrt{0^2+h^2}} - 0}{h} = 0$$

۴۱- گزینه ۱ صحیح می باشد.

$$z \begin{cases} x \\ y \end{cases} \begin{cases} s \\ t \end{cases}$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = z_x x_t + z_y y_t = 3z_x - 2z_y$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial s \partial t} = \frac{\partial}{\partial s} (3z_x - 2z_y) = 3(z_{xx} x_s + z_{xy} y_s) - 2(z_{yx} x_s + z_{yy} y_s) = 3(2z_{xx} + 3z_{xy}) - 2(2z_{yx} + 3z_{yy}) = 6z_{xx} + 5z_{xy} - 6z_{yy}$$

۴۲- گزینه ۱ صحیح می باشد.

$$A_{11}^{-1} + A_{22}^{-1} + A_{33}^{-1} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \alpha & 2 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \alpha & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}}{\alpha(12-3) - 2(4-5) + 2(3-15)} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{(12-3) + (4\alpha-10) + (3\alpha-2)}{9\alpha+2-24} = \frac{3}{5}$$

$$\rightarrow \frac{7\alpha-3}{9\alpha-22} = \frac{3}{5} \rightarrow 35\alpha-15 = 27\alpha-66 \rightarrow 8\alpha = -51 \rightarrow \alpha = -\frac{51}{8}$$

۴۳- گزینه ۱ صحیح می باشد.

$$\vec{R}(t) = \cos 2t \mathbf{i} + \sin 2t \mathbf{j} + t \mathbf{k}$$

$$\vec{R}'(t) = -2\sin 2t \mathbf{i} + 2\cos 2t \mathbf{j} + \mathbf{k}$$

$$\vec{R}''(t) = -4\cos 2t \mathbf{i} - 4\sin 2t \mathbf{j}$$

$$\vec{R}'(t) \times \vec{R}''(t) = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -2\sin 2t & 2\cos 2t & 1 \\ -4\cos 2t & -4\sin 2t & 0 \end{vmatrix} = 4\sin 2t \mathbf{i} - 4\cos 2t \mathbf{j} + 8\mathbf{k}$$

$$k(t) = \frac{|\vec{R}'(t) \times \vec{R}''(t)|}{|\vec{R}'(t)|^3} = \frac{\sqrt{16\sin^2 2t + 16\cos^2 2t + 64}}{(\sqrt{4\sin^2 2t + 4\cos^2 2t + 1})^3} = \frac{\sqrt{80}}{5\sqrt{5}} = \frac{4}{5}$$

۴۴- گزینه ۱ صحیح می باشد.

$$\begin{cases} x = t - \cos t \\ y = 3 + \sin 2t \\ z = 1 + \cos 3t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x' = 1 + \sin t \\ y' = 2 \cos 2t \\ z' = -3 \sin 3t \end{cases}$$

در $t = \frac{\pi}{2}$ داریم:

$$\text{بردار نرمال صفحه مورد نظر: } \begin{cases} x' = 2 \\ y' = -2 \\ z' = 3 \end{cases} \quad \text{یک نقطه از صفحه مورد نظر: } \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \\ y = 3 \\ z = 1 \end{cases}$$

لذا معادله صفحه عمود بر منحنی در نقطه نظیر $t = \frac{\pi}{2}$ چنین می‌شود:

$$2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 2(y - 3) + 3(z - 1) = 0 \rightarrow 2x - 2y + 3z + 3 - \pi = 0$$

۴۵- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

$$(f * g)(t) = \int_0^t f(\lambda) g(t - \lambda) d\lambda = \int_0^t \sin \lambda \cdot (t - \lambda) d\lambda$$

انتگرال		مشتق
$\sin \lambda$	+	$t - \lambda$
$-\cos \lambda$	↘	-1
$-\sin \lambda$	↘	0

$$(f * g)(t) = \left\{ (\lambda - t) \cos \lambda - \sin \lambda \right\} \Bigg|_{\lambda=0}^{\lambda=t} = -\sin t + t$$

راه دیگر:

$$\begin{aligned} L((f * f)(t)) &= F(s)G(s) = \frac{1}{s^2 + 1} \cdot \frac{1}{s^2} \rightarrow (f * g)(t) = L^{-1}\left(\frac{1}{s^2} \frac{1}{s^2 + 1}\right) = \int_0^t \int_0^t \sin t dt dt = \int_0^t (-\cos t) \Big|_0^t dt \\ &= \int_0^t (1 - \cos t) dt = (t - \sin t) \Big|_0^t = t - \sin t \end{aligned}$$

۴۶- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.
طبق قضیه دوم انتقال داریم:

$$F(s) = e^{-2s} L\left\{ \frac{e^{-\frac{t}{3}}}{t} \sin \frac{t}{3} \right\}$$

حال از آن جا که:

$$L\left(\sin \frac{t}{3}\right) = \frac{\frac{1}{3}}{s^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{\frac{1}{3}}{s^2 + \frac{1}{9}}$$

طبق قضیه انتگرال‌گیری از تبدیل لاپلاس داریم:

$$L\left(\frac{1}{t} \sin \frac{t}{3}\right) = \int_s^\infty \frac{\frac{1}{3}}{s^2 + \frac{1}{9}} ds = \frac{1}{3} \frac{1}{\frac{1}{3}} \tan^{-1} \left(\frac{s}{\frac{1}{3}} \right) \Big|_s^\infty = \tan^{-1}(3s) \Big|_s^\infty = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}(3s) = \cot^{-1} 3s$$

و طبق قضیه اول انتقال خواهیم داشت:

$$L\left(e^{-\frac{t}{3}} \frac{1}{t} \sin \frac{t}{3}\right) = \cot^{-1} 3\left(s + \frac{1}{3}\right) = \cot^{-1}(3s + 1)$$

پس در کل می توان نوشت:

$$F(s) = e^{-2s} \cot^{-1}(3s + 1)$$

۴۷- گزینه ۴ صحیح می باشد.

• قبل از $t=2$ منحنی دارای شیب صفر بوده و دارای مقدار صفر می باشد.

• در $t=2$ شیب منحنی به اندازه یک واحد اضافه می شود.

• در $t=4$ شیب منحنی به اندازه یک واحد کم شده و دوباره به شیب صفر می رسد.

• در $t=6$ شیب منحنی به اندازه یک واحد اضافه شده و دوباره به شیب یک می رسد و این روند مرتباً ادامه پیدا می کند.

$$f(t) = (t-2)u_2(t) - (t-4)u_4(t) + (t-6)u_6(t) + \dots$$

$$F(s) = \frac{e^{-2s}}{s^2} - \frac{e^{-4s}}{s^2} + \frac{e^{-6s}}{s^2} - \dots = \frac{1}{s^2} (e^{-2s} - e^{-4s} + e^{-6s} - \dots)$$

عبارت داخل پرانتز حد مجموع جملات یک تصاعد هندسی است با جمله اول e^{-2s} و قدرنسبت $-e^{-2s}$ و لذا حاصل آن $\frac{e^{-2s}}{1+e^{-2s}}$ بوده و

می توان نوشت:

$$F(s) = \frac{1}{s^2} \frac{e^{-2s}}{1+e^{-2s}} = \frac{1}{s^2 (e^{2s} + 1)}$$

۴۸- گزینه ۱ صحیح می باشد.

از طرفین معادله دیفرانسیل داده شده تبدیل لاپلاس گرفته و شرایط اولیه را نیز اعمال می کنیم.

$$(S^2 Y(s) - 1) - 8(SY(s)) + 16Y(s) = \frac{1}{S-4} \rightarrow (S^2 - 8S + 16)Y(s) = \frac{1}{S-4} + 1$$

$$\rightarrow Y(s) = \frac{S-3}{(S-4)^3} = \frac{1}{(S-4)^2} + \frac{1}{(S-4)^3} \xrightarrow{L^{-1}} y(t) = te^{4t} + \frac{t^2}{2} e^{4t}$$

۴۹- گزینه ۱ صحیح می باشد.

با استفاده از سری هندسی می نویسیم

$$F(S) = \frac{1}{S+1} \frac{1}{1-e^{-S}} = \frac{1}{S+1} (e^{-0S} + e^{-S} + e^{-2S} + e^{-3S} + \dots) = \frac{e^{-0S}}{S+1} + \frac{e^{-S}}{S+1} + \frac{e^{-2S}}{S+1} + \dots$$

$$\rightarrow f(t) = u_0(t)e^{-(t-0)} + u_1(t)e^{-(t-1)} + u_2(t)e^{-(t-2)} + \dots$$

۵۰- گزینه ۱ صحیح می باشد.

$$t = x^2 \rightarrow \frac{dt}{dx} = 2x$$

حال طبق قاعده زنجیره ای داریم:

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \frac{dt}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot 2x$$

$$y'' = \frac{d}{dx} \left(2x \frac{dy}{dt} \right) = \frac{d}{dx} (2x) \cdot \frac{dy}{dt} + 2x \cdot \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dt} \right) = 2 \frac{dy}{dt} + 2x \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dt} \right) \cdot \frac{dt}{dx} = 2 \frac{dy}{dt} + 2x \frac{d^2 y}{dt^2} \cdot 2x = 2 \frac{dy}{dt} + 4x^2 \frac{d^2 y}{dt^2}$$

با قرار دادن این عبارات در معادله دیفرانسیل داده شده به دست می‌آید:

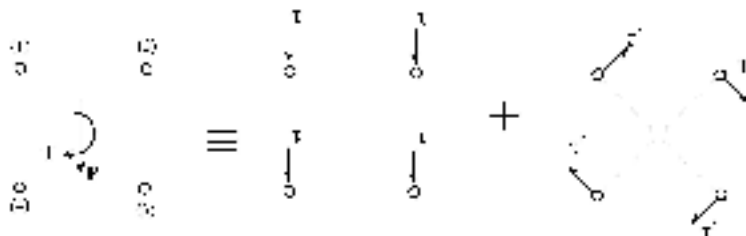
$$x \left(2 \frac{dy}{dt} + 4x^2 \frac{d^2 y}{dt^2} \right) + (4x^2 - 1) \left(2x \frac{dy}{dt} \right) + 4x^3 y = x^3 e^{-x^2} \rightarrow 4x^3 \frac{d^2 y}{dt^2} + 8x^3 \frac{dy}{dt} + 4x^3 y = x^3 e^{-x^2}$$

$$\rightarrow 4 \frac{d^2 y}{dt^2} + 8 \frac{dy}{dt} + 4y = e^{-t}$$

مقاومت مصالح

۵۱- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

با انتقال بار P به مرکز سطح پیچ‌ها، نیروی برشی P و لنگر پیچشی T در اتصال ایجاد می‌شود. دقت شود که تنش‌های ناشی از لنگر پیچشی در راستای عمود بر شعاع، بر پیچ‌ها اثر کرده است.



در پیچ‌های شماره (2) و (3) برآیند تنش‌ها مقدار بیشتری داشته و وضعیت پیچ‌ها بحرانی‌تر است.

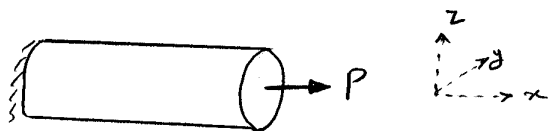
۵۲- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

برای حل این تست کرنش در راستای x و y را بدست آورده و سپس با جمع مقادیر آنها کرنش سطحی را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x_0} = \frac{0.2}{200} = 10^{-3} \\ \varepsilon_y = \frac{\Delta y}{y_0} = \frac{-0.15}{150} = -10^{-3} \end{cases} \rightarrow \Delta A = (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \times A_0 = 0$$

۵۳- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

با توجه به اینکه مقطع عضو در صفحه y-z واقع شده است با جمع مقادیر کرنش در این دو راستا کرنش سطحی میله را بدست می‌آوریم:



$$\varepsilon_x = \frac{\sigma}{E} = \frac{P}{AE}, \quad \varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu \varepsilon_x = -\nu \frac{P}{AE}$$

$$\varepsilon_A = \varepsilon_y + \varepsilon_z = -2\nu \frac{P}{AE} \rightarrow \Delta A = \varepsilon_A \times A_0 = -2\nu \times \pi R^2 \times \frac{P}{AE}$$

با توجه به مدول برشی، ضریب پواسن در این میله عبارت است از:

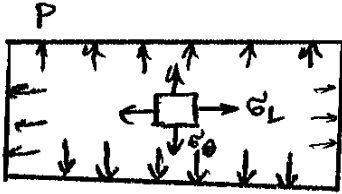
$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \rightarrow \frac{E}{3} = \frac{E}{2(1+\nu)} \rightarrow \nu = 0.5$$

و در انتها خواهیم داشت:

$$\Delta A = -2 \times 0.5 \times \pi R^2 \times \frac{P}{AE} = -\frac{P\pi R^2}{AE} \rightarrow |\Delta A| = \frac{P\pi R^2}{AE} = \frac{P}{E}$$

۵۴- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

با توجه به مقادیر تنش‌های طولی و مماسی، کرنش طولی در استوانه عبارت است از:



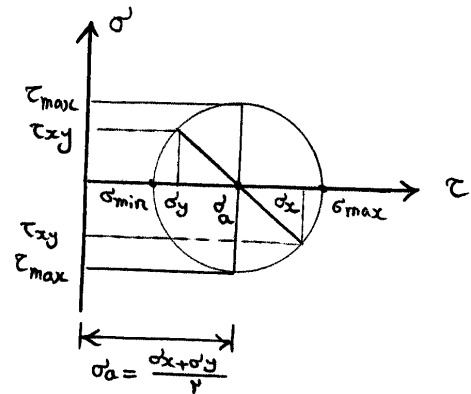
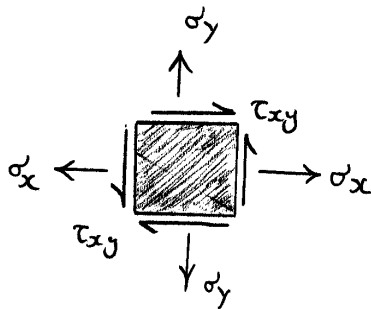
$$\sigma_L = \frac{pR}{2t} = \frac{PD}{4t}, \quad \sigma_\theta = \frac{PR}{t} = \frac{PD}{2t}$$

$$\Delta L = \varepsilon_L \times L = \left(\frac{\sigma_L}{E} - \nu \frac{\sigma_\theta}{E} \right) \times L = \left(\frac{PD}{4t} - \nu \frac{PD}{2t} \right) \times \frac{L}{E}$$

$$0.001L = \frac{PD}{tE} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) \times L \rightarrow P = 0.012 \frac{tE}{D}$$

۵۵- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

برای یک المان دو بعدی با مولفه‌های σ_x , σ_y , τ_{xy} ، دایره مور و تنش‌های اصلی به شرح زیر می‌باشد:



همان‌طور که ملاحظه می‌شود در وجهی از المان که تنش برشی ماکزیمم است، تنش قائم مخالف صفر و برابر $\sigma_a = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$ است،

بنابراین عبارت بیان شده در گزینه ۳ صحیح نمی‌باشد و گزینه ۳ پاسخ صحیح این تست است.

همچنین با توجه به شکل می‌توان مشاهده کرد که:

(الف) در وجوه عمود بر هم، تنش‌های برشی هم اندازه بوده و از هم دور یا به هم نزدیک می‌شوند. (قانون کوشی)

(ب) اگر تنش قائم در یک وجه المان ماکزیمم باشد (σ_{max}) تنش برشی در آن وجه برابر صفر و تنش قائم در وجه عمود بر آن مینیمم (σ_{min}) است.

۵۶- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

مطابق قانون کوشی تنش برشی در دو وجه عمود بر هم از نظر مقدار با هم برابر بوده و همواره به هم نزدیک و یا از هم دور می‌شوند. باید متذکر شد در این صفحات جمع مقادیر تنش قائم نیز عدد ثابتی است.

$$\sigma_x + \sigma_y = \sigma_{x'} + \sigma_{y'}$$

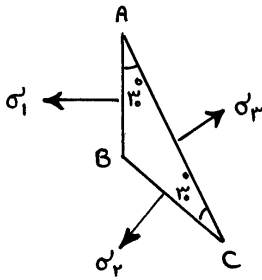
همان‌طور که می‌دانیم قطرهای مربع بر یکدیگر عمود می‌باشند پس مطابق قانون کوشی داریم:

$$\left| \frac{\tau_1}{\tau_2} \right| = 1$$

$$\begin{cases} \sigma_x = +30 \\ \sigma_y = -20 \end{cases} \rightarrow \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_x + \sigma_y \Rightarrow \sigma_1 + \sigma_2 = 30 + (-20) = 10$$

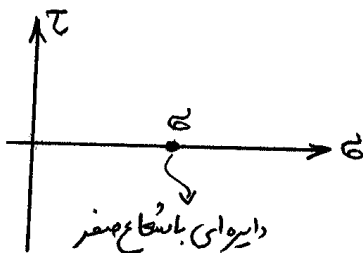
۵۷- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

با توجه به مفاهیم دایره مور، مختصات صفحات AB، AC و BC در دستگاه $\sigma-\tau$ به صورت زیر می‌باشد.



$$AB: \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ 0 \end{pmatrix}, AC: \begin{pmatrix} \sigma_3 \\ 0 \end{pmatrix}, BC: \begin{pmatrix} \sigma_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

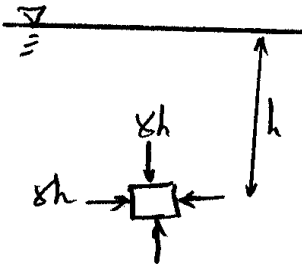
با توجه به اینکه دایره مور تنها در دو نقطه با محور افقی تلاقی دارد، تنها راه ممکن برای وقوع این حالت صفر بودن شعاع دایره موراست. بنابراین مطابق شکل در همه صفحات تنش برشی و تنش قائم به ترتیب برابر صفر و σ می‌باشد لذا می‌نویسیم:



$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma$$

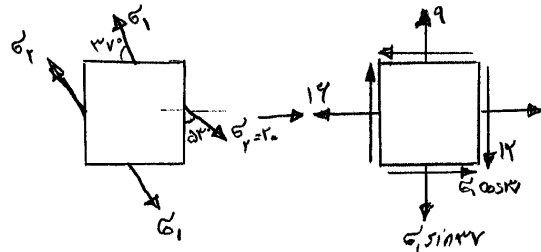
$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1, \frac{\sigma_1}{\sigma_3} = 1$$

نکته: در المانی که تحت تنش هیدرواستاتیک قرار دارد نیز در همه صفحات تنش برشی و تنش قائم به ترتیب برابر صفر و γh می‌باشد.



۵۸- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

با تجزیه کردن تنش‌های مایل در راستای قائم و افق و نیز با استفاده از قانون کوشی داریم:



$$\begin{cases} \sigma_x = \sigma_2 \sin 53 = 16 \\ \tau_{xy} = \sigma_2 \cos 53 = 12 \end{cases}$$

$$\text{قانون کوشی } \sigma_1 \cos 37 = \tau_{xy} \rightarrow \sigma_1 = \frac{\tau_{xy}}{\cos 37} = \frac{12}{0.8} = 15$$

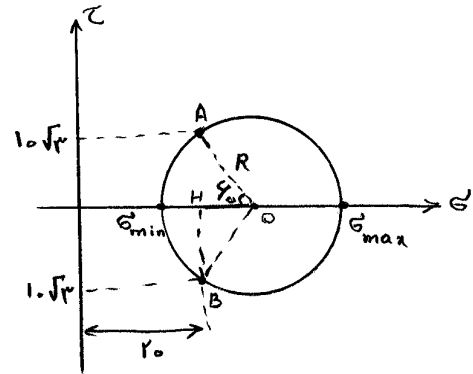
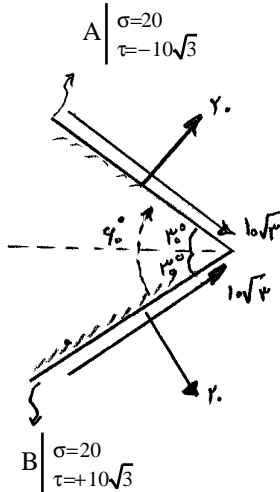
$$\sigma_y = \sigma_1 \sin 37 = 15 \times 0.6 = 9$$

حال با توجه به مقادیر σ_x ، σ_y و τ_{xy} خواهیم داشت:

$$\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{16+9}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{16-9}{2}\right)^2 + (-12)^2} = 12.5 \pm 12.5 \rightarrow \begin{cases} \sigma_{\max} = 25 \\ \sigma_{\min} = 0 \end{cases}$$

۵۹- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

برای حل این سوال کافیست مختصات صفحات A و B بر روی المان را بدست آورده و دایره مور نظیر آن را رسم کنیم. دقت شود که در المان برای رسیدن از A به B، 60 درجه و در خلاف جهت مثلثاتی جابه‌جا شده‌ایم و به همین منظور در دایره مور 120 درجه و در جهت مثلثاتی جابه‌جا می‌شویم.



حال با در نظر گرفتن مثلث OAH می‌توان نوشت:

$$\sin 60 = \frac{10\sqrt{3}}{R} \rightarrow R = 20, OH = 10$$

مطابق شکل و با استفاده از دایره مور داریم:

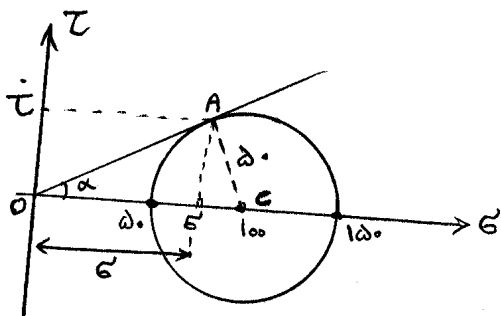
$$\text{مختصات مرکز دایره مور} = 20 + oH = 30$$

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = 30 + R = 50 \\ \sigma_{\min} = 30 - R = 10 \end{cases} \rightarrow \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} = 5$$

پرسش: در المان مذکور مقادیر تنش‌های قائم و برشی در صفحه‌ای که با افق زاویه 15° می‌سازد چقدر است؟

۶۰- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

در یک المان تنش، حداکثر مقدار $\frac{\tau}{\sigma}$ در حالتی رخ می‌دهد که خط عبوری از مبدأ بر دایره مور المان مماس شود. با توجه به این موضوع و با بررسی مثلث OAC می‌توان نوشت:

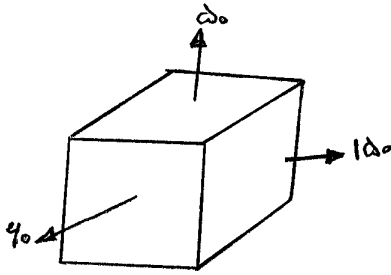


$$OA = \sqrt{100^2 - 50^2} = 50\sqrt{3}$$

$$\tan \alpha = \frac{AC}{OA} = \frac{50}{50\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \alpha = 30^\circ$$

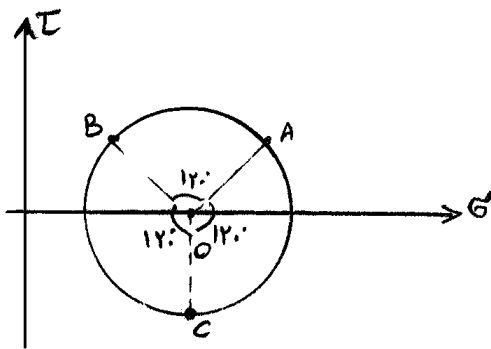
$$\tan \alpha = \left(\frac{\tau}{\sigma} \right)_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

پرسش: در المان مقابل حداکثر $\frac{\tau}{\sigma}$ در صفحات مختلف المان کدام است؟



۶۱- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

نکته: سه صفحه بر روی المانی که به شکل مثلث متساوی الاضلاع است با هم زاویه 60° می‌سازند. بنابراین این سه صفحه بر روی دایره مور تشکیل سه نقطه با زاویه 120 درجه خواهند داد. با توجه به اینکه نقطه O مرکز مثلث ABC می‌باشد مختصات آن به صورت زیر است.



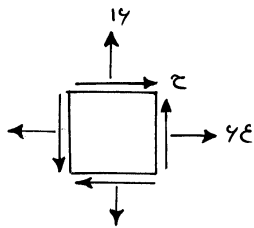
$$\begin{cases} \sigma_0 = \frac{\sigma_A + \sigma_B + \sigma_C}{3} \\ \tau_0 = \frac{\tau_A + \tau_B + \tau_C}{3} = 0 \rightarrow \tau_A + \tau_B + \tau_C = 0 \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\tau_A + \tau_B + \tau_C = 0 \rightarrow \tau_A + \tau_B = -\tau_C \rightarrow |\tau_A + \tau_B| = 80$$

۶۲- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

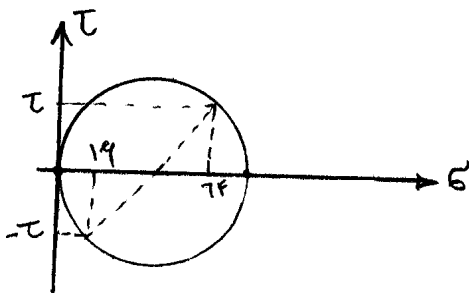
روش اول: هرگاه در یک المان سطح آزاد تنش ایجاد شود دترمینان تانسور تنش صفر خواهد بود:



$$T = \begin{bmatrix} 64 & \tau \\ \tau & 16 \end{bmatrix}$$

$$\det(T) = 64 \times 16 - \tau^2 = 0 \rightarrow \tau = 32$$

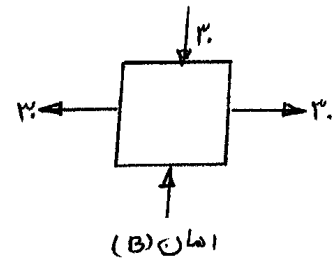
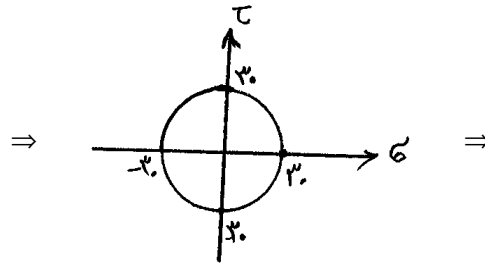
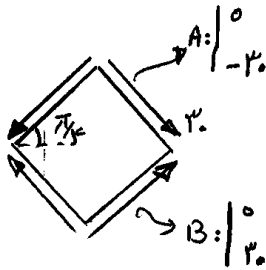
روش دوم: اگر در یک المان سطح آزاد تنش به وجود آید یکی از تنش‌های اصلی در المان صفر است.



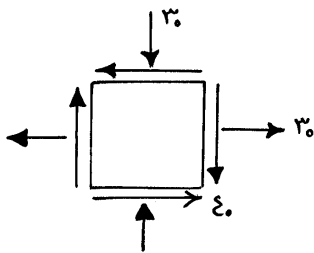
$$\begin{aligned} \sigma_{\min} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} \\ \rightarrow 0 &= \frac{64 + 16}{2} - \sqrt{\left(\frac{64 - 16}{2}\right)^2 + \tau^2} = 0 \rightarrow \tau = 32 \end{aligned}$$

۶۳- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

برای جمع کردن المان‌های (1) و (2)، المان (2) را 45 درجه می‌چرخانیم. بدین منظور دایره مور المان را رسم کرده و المان چرخیده شده (المان B) را از روی آن ترسیم می‌کنیم.



حال با جمع کردن المان (1) در صورت سوال و المان (B) داریم:

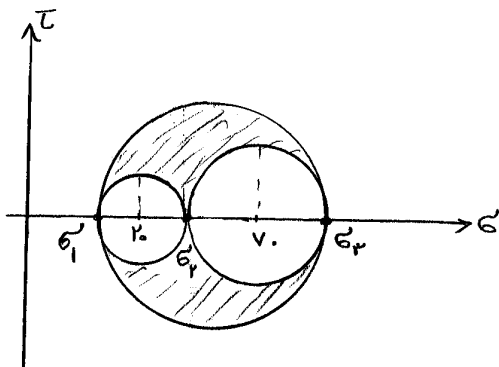


$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{30 + (-30)}{2} + \sqrt{\left(\frac{30 - (-30)}{2}\right)^2 + 40^2} = 50$$

۶۴- گزینه ۴ صحیح می باشد.

در شکل زیر شعاع بزرگترین دایره $\left(\frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}\right)$ با تنش برشی ماکزیمم یکسان است و با توجه به مختصات مرکز دو دایره دیگر می توان

نوشت:



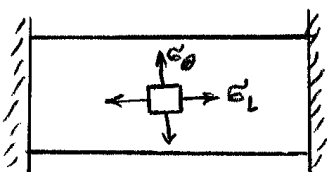
$$\begin{cases} \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = 20 \rightarrow \sigma_1 + \sigma_2 = 40 \\ \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} = 70 \rightarrow \sigma_2 + \sigma_3 = 140 \end{cases} \rightarrow \sigma_3 - \sigma_1 = 100$$

$$\tau_{\max} = R = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

۶۵- گزینه ۱ صحیح می باشد.

تنش های شعاعی در این حالت برابر $\frac{PR}{t}$ بوده و با توجه به صفر بودن کرنش طولی (به علت وجود تکیه گاه های صلب) تنش طولی ایجاد شده

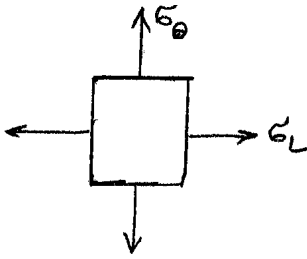
در استوانه عبارت است از:



$$\sigma_{\theta} = \frac{PR}{t} = \frac{30 \times 40}{2} = 600 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\varepsilon_L = \frac{\sigma_L}{E} - \frac{\nu}{E} \sigma_{\theta} = 0 \rightarrow \sigma_L = \nu \sigma_{\theta} = 0.3 \times 600 = 180 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

و تنش برشی حداکثر در صفحه المان برابر است با:

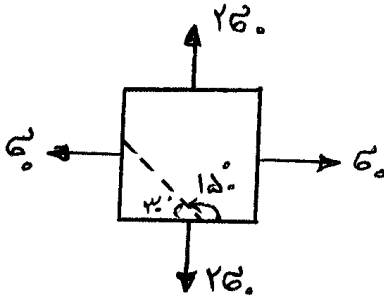


$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\theta} - \sigma_L}{2} = \frac{600 - 180}{2} = 210 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$|\tau_{\max}| = 210 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

۶۶- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

برای حل این تست ابتدا کرنش‌های طولی ϵ_x ، ϵ_y و کرنش برشی γ_{xy} را بدست می‌آوریم:



$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\sigma_0}{E} - \nu \times \frac{2\sigma_0}{E} = \frac{1}{3} \frac{\sigma_0}{E} = a \\ \epsilon_y = -\nu \frac{\sigma_0}{E} + \frac{2\sigma_0}{E} = \frac{5}{3} \frac{\sigma_0}{E} = 5a \\ \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = 0 \end{cases}$$

سپس با استفاده از روابط تبدیلات کرنش، می‌نویسیم:

$$\epsilon_{\theta} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta$$

$$\epsilon_{\theta} = \frac{a + 5a}{2} + \frac{a - 5a}{2} \cos(2 \times 150) = 3a - 2a \times \frac{1}{2} = 2a$$

تذکر: باید دقت شود که در تبدیلات کرنش، زاویه θ زاویه راستای مورد نظر با محور x ها می‌باشد.

۶۷- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

در تبدیلات کرنش نیز می‌توان از تبدیلات تنش با تغییرات مقابل استفاده کرد.

$$\begin{cases} \sigma_x \rightarrow \epsilon_x \\ \sigma_y \rightarrow \epsilon_y \\ \tau_{xy} \rightarrow \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{cases} \quad \sigma_{\max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \tau_{\max} \rightarrow \epsilon_{\max} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\gamma_{xy}}{2}$$

حال با توجه به معادل سازی فوق داریم:

$$2.1 \times 10^{-3} = \frac{(2 \times 10^{-3}) + (-0.2 \times 10^{-3})}{2} + \frac{\gamma_{\max}}{2} \rightarrow \gamma_{\max} = 2.4 \times 10^{-3}$$

$$G = \frac{E}{2 \times (1 + \nu)} = \frac{1.2 \times 10^7}{2 \times (1 + 0.2)} = 5 \times 10^6$$

و تنش برشی ماکزیمم عبارت است از:

$$\tau_{\max} = G \gamma_{\max} = 5 \times 10^6 \times 2.4 \times 10^{-3} = 12000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

۶۸- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

نکته: در بررسی انرژی کرنشی یک المان، اصل جمع آثار قوا برقرار نمی‌باشد مگر اینکه تغییر شکل‌های دو بارگذاری از یکدیگر مستقل باشند.

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

در گزینه ۱ تنش‌های قائم و افقی ایجاد کرنش‌هایی در راستای x و y کرده و تغییر شکل‌های این دو بارگذاری در هر دو راستای x و y ظاهر می‌شود. بنابراین تغییر شکل‌ها در المان (1) و (2) از یکدیگر مستقل نبوده و اصل جمع آثار قوا برقرار نمی‌باشد.

در گزینه ۲ نیز مانند گزینه ۱ اصل جمع آثار قوا برقرار نمی‌باشد.
در گزینه ۳ تنش‌های افقی کرنش در راستای X و Y کرده و تنش برشی ایجاد کرنش برشی γ_{xy} می‌کند با توجه به مستقل بودن این دو کرنش از یکدیگر، تغییر شکل‌ها نیز مستقل بوده و جمع آثار قوا برقرار می‌باشد.

۶۹- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

با توجه به روابط کرنش داریم:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x = 1.6 \varepsilon$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_y = 0.2 \varepsilon \rightarrow \varepsilon_\theta = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta, \theta = 45^\circ$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_\theta = 0.9 \varepsilon \quad \frac{1.6 \varepsilon + 0.2 \varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos(2 \times 45) + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin(2 \times 45)$$

$$0.9 \varepsilon = 0.9 \varepsilon + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 90 \rightarrow \gamma_{xy} = 0$$

با توجه به صفر بودن γ_{xy} ، کرنش‌ها در دو راستای X و Y، کرنش‌های اصلی محسوب می‌شوند. کرنش اصلی دیگر در راستای Z بوده و با توجه به حالت تنش صفحه‌ای داریم:

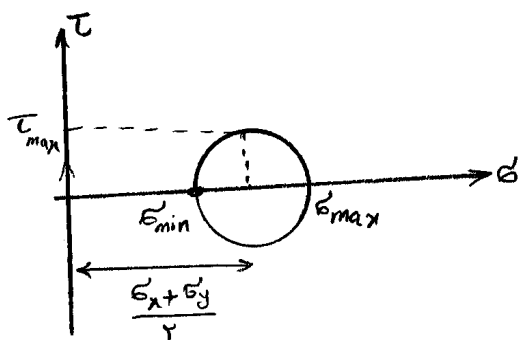
$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{1-\nu} (\varepsilon_y + \varepsilon_x) = -\frac{0.4}{1-0.4} (1.6 \varepsilon + 0.2 \varepsilon) = -1.2 \varepsilon$$

و کرنش برشی ماکزیمم عبارت است از:

$$\gamma_{\max} = \varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min} = 1.6 \varepsilon - (-1.2 \varepsilon) = 2.8 \varepsilon$$

۷۰- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

با توجه به دایره مور (شکل مقابل)، مشخص است که تنش قائم، در صفحه‌ای که تنش برشی ماکزیمم است، برابر $\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$ بوده و حاصل $\sigma_{\max} + \sigma_{\min}$ با $\sigma_x + \sigma_y$ برابر است.



$$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = 8 \rightarrow \sigma_x + \sigma_y = 16$$

$$\sigma_{\max} + \sigma_{\min} = \sigma_x + \sigma_y \rightarrow 10 + \sigma_{\min} = 16 \rightarrow \sigma_{\min} = 6$$

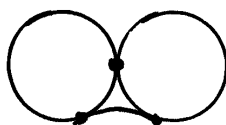
حال انرژی کرنشی ذخیره شده در المانی تحت اثر تنش‌های اصلی را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$u = \frac{1}{2E} (\sigma_{\max}^2 + \sigma_{\min}^2 - 2\nu(\sigma_{\max} \cdot \sigma_{\min})) = \frac{1}{2E} (10^2 + 6^2 - 2 \times 0.1 \times (10 \times 6)) = \frac{62}{E}$$

تحلیل سازه

۷۱- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

دو عضو دایره‌ای و منحنی که اعضا پایدار محسوب می‌شوند با سه مفصل غیر واقع بر یک راستا به هم متصل شده‌اند.



حال این مجموعه پایدار به واسطه یک میله مستقیم دو سر مفصل و دو عضو خمیده دو سر مفصل به زمین متصل شده است که این نحوه اتصال، باعث ناپایداری سازه می‌گردد. برای پایداری سازه، تحت بارگذاری نشان داده شده، باید بار P موازی با راستای نیروهای منتقل شده به

زمین باشد. دو عضو

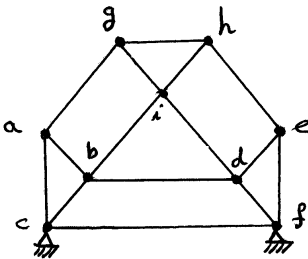


اعضاء دو نیرویی حساب می‌شوند و نیروهای مؤثر به این اعضاء در راستای محور y ها می‌باشد و لذا بار p هم باید

در راستای محور y باشد تا سازه موقتاً پایدار باشد و تعادل در جهت y برقرار باشد.

۷۲- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

سه مثلث پایدار abc و def و ghi به وسیله ۶ میله، که دو بدو با هم موازی‌اند، به یکدیگر متصل شده است. این نحوه اتصال ناپایداری سیستم را به دنبال خواهد داشت:



درجه نامعینی خرپا از رابطه $X = (S + r) - 2n$ بدست می‌آید. در این رابطه S تعداد میله‌ها و r تعداد واکنش‌های تکیه‌گاهی و n تعداد گره‌های خرپا می‌باشد.

$$D.I = (15 + 4) - 2 \times 9 = 1$$

نکته: درجه نامعینی مثبت یک سیستم سازه‌ای، دلیل بر پایداری آن نمی‌شود؛ ولی اگر درجه نامعینی عددی منفی گردد، حتماً سازه ناپایدار خواهد بود.

۷۳- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

در گزینه اول فنرهای k_2 و k_3 دارای یک نیرو می‌باشند و واکنش تکیه‌گاه B ، تک مجهولی می‌باشد. واکنش تکیه‌گاه A هم که در مقابل نیروی فنر متصل به آن مقاومت می‌کند، دارای یک مجهول در راستای فنر است. این دو واکنش تکیه‌گاهی در نقطه D متقارب می‌باشند و در نتیجه سیستم سازه‌ای گزینه اول ناپایدار است.

در گزینه دوم هم، نیروی ایجاد شده در فنرهای k_2 و k_3 ، یکدیگر را در نقطه D قطع کرده و واکنش تک مجهولی تکیه‌گاه A هم، از نقطه D می‌گذرد و لذا سیستم گزینه ۲ هم به دلیل تقارب عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی پایدار است.

سیستم سازه‌ای در گزینه سوم، پایدار است ولی یک درجه نامعین است. سیستم گزینه چهارم پایدار و ایزواستاتیک می‌باشد.

۷۴- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

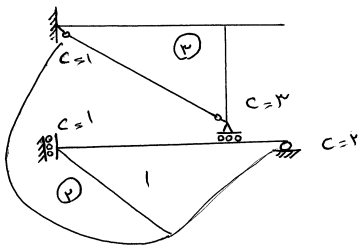
طبق رابطه $\delta = \frac{NL}{AE}$ ، صرف‌نظر کردن از تغییر شکل محوری، نداشتن نیروی محوری را در سیستم سازه‌ای نتیجه می‌دهد. در این حالت تکیه‌گاه گیردار دو واکنش مقاوم و تکیه‌گاه مفصلی ثابت یک واکنش مجهول خواهند داشت. انفعال ، که «محوری آزاد» نام دارد، به دلیل نداشتن نیروی محوری در تیر، در معادلات شرط نقشی ندارد. انفعال ، که «محوری و خمشی آزاد» نام دارد، یک معادله شرط ایجاد می‌کند. پس درجه نامعینی تیر به این صورت محاسبه می‌شود.

$$D.I = (2 + 1 + 1 + 2) - 2 - (0 + 1 + 1) = 2$$

$$\sum F_y = 0, \sum M = 0 \quad \leftarrow \text{معادلات تعادل}$$

۷۵- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

با حرکت تکیه‌گاه مفصلی متحرک B به سمت راست، در کابل نیروی کششی بوجود می‌آید ولی می‌تواند مانند یک المان دو سر مفصل در سازه مدل شود. با استفاده از روش حلقه، داریم:

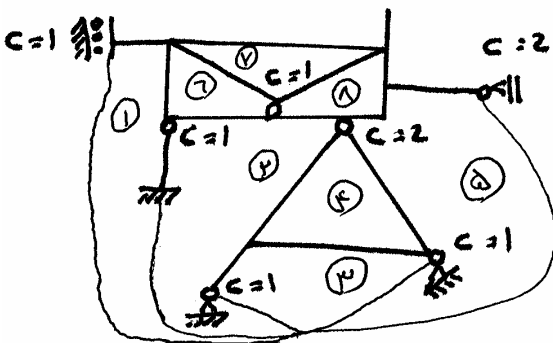


$$D. I = 3N - C = 3 \times 3 - (1 + 1 + 2 + 3) = 9 - 7 = 2$$

۷۶- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

با استفاده از روش حلقه درجه نامعینی قاب را تعیین می‌کنیم.

$$D. I = 3N - C = 3 \times 8 - (1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 2) = 15$$



۷۷- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

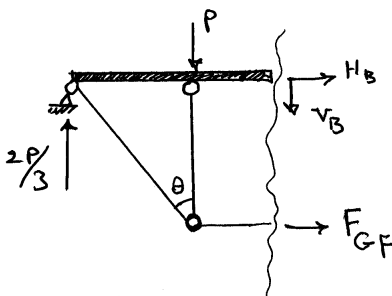
$$DI = 3N - C = (3 \times 8) - 3 = 21$$

۷۸- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

درجه نامعینی قالب 1- می‌باشد که نشان دهنده ناپایداری قاب است که در این حالت هیچ نیرویی برای اعضاء قاب تعریف نمی‌شود. ایجاد تغییر شکل‌های بزرگ به دلیل موقعیت مفاصل خمشی دلیل دیگری بر ناپایداری قاب است.

۷۹- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

مقطعی در نظر گرفته می‌شود تا از مفاصل خمشی B و G بگذرد. نیروهای مؤثر به این دو نقطه را نشان داده و معادله تعادل لنگر را حول نقطه B می‌نویسیم. در این حالت نیروی محوری عضو GF بدست می‌آید. البته قبل از آن، با نوشتن معادله تعادل برای کل سیستم، واکنش تکیه‌گاه A را محاسبه کرده‌ایم. سپس با تشکیل مثلث نیرویی در گره G نیروی داخلی عضو AG را محاسبه می‌کنیم و سپس این نیرو را در جهت قائم تصویر کرده تا لنگر نقطه D محاسبه گردد.

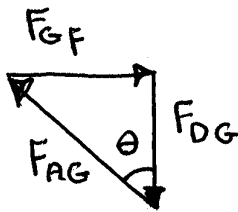


$$O^+ \sum M_C = 0 \Rightarrow R_A \times 3a - p \times 2a = 0$$

$$R_A = \frac{2}{3}p$$

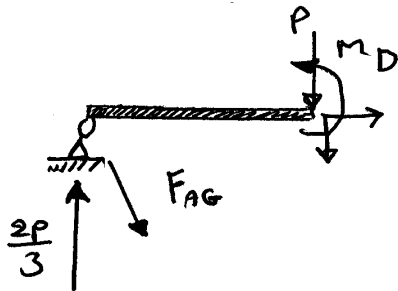
$$O^+ \sum M_B = 0 \Rightarrow F_{GF} \times 1.5a + \frac{pa}{2} - \frac{2p}{3} \times 1.5a = 0 \Rightarrow F_{GF} = \frac{p}{3} \text{ (کششی)}$$

با استفاده از مثلث نیروهای در گره G داریم:



$$\frac{\frac{P}{3}}{\sin \theta} = \frac{F_{AG}}{1} \Rightarrow F_{AG} = \frac{P}{3 \sin \theta} \text{ (فشاری)}$$

حال نیروی معادل خارجی که به صورت فشاری برای عضو AG اثر می‌کند را در نقطه A نشان می‌دهیم و لنگر در نقطه D را حساب می‌کنیم



$$O^+ \sum M_D = 0 \Rightarrow M_D - \frac{2p}{3}a + F_{AG}a \cos \theta = 0$$

$$M_D = \frac{2p}{3}a - \frac{pa}{3 \sin \theta} \times \cos \theta$$

$$M_D = \frac{2pa}{3} - \frac{pa}{3} \cot \theta, \cot \theta = 1.5$$

$$M_D = \frac{2pa}{3} - \frac{pa}{2} = \frac{pa}{6}$$

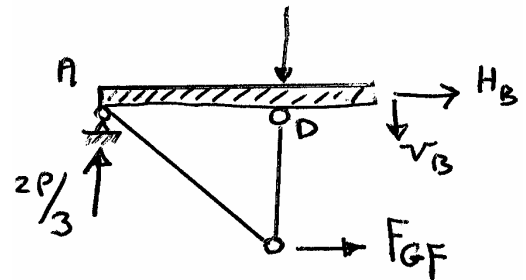
راه حل دوم: نیروی $F_{GF} = \frac{P}{3}$ خواهد بود. با توجه به شکل زیر با نوشتن تعادل لنگر حول تکیه‌گاه A مقدار V_B محاسبه شده و می‌توان

لنگر در نقطه D را به صورت زیر محاسبه کرد.

$$O^+ \sum M_A = 0 \Rightarrow -Pa + F_{GF}(1.5a) - V_B \times (1.5a) = 0$$

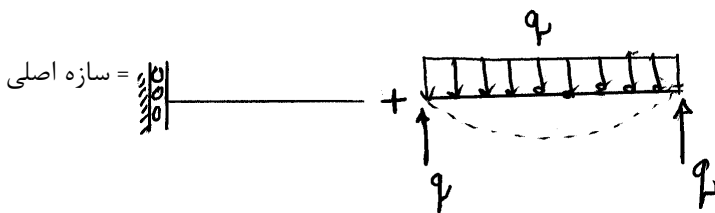
$$V_B = -\frac{P}{3}$$

$$O^+ \sum M_D = 0 \Rightarrow -M + \frac{P}{3} \times (0.5a) = 0 \Rightarrow M = \frac{Pa}{6}$$



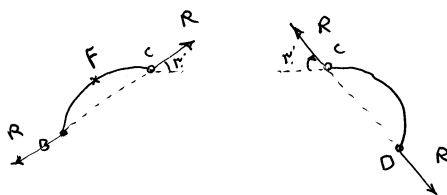
۸۰- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

به دلیل مفصلی بودن تکیه‌گاه میانی، لنگر خمشی در تکیه‌گاه میانی صفر است و لنگر خمشی از تیر BC به تیر AB منتقل نمی‌شود و بنابراین تیر AB خمش نداشته و لنگر تکیه‌گاه A برابر صفر خواهد بود.



۸۱- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

اعضاء BC و CD دو نیرویی هستند و به این صورت مدل می‌شوند. به علت تقارن، دو نیروی موجود در اعضاء BC و CD را R می‌نامیم. با نوشتن معادله تعادل افقی هم تساوی نیروهای موجود BC و CD نتیجه می‌شد.



با نوشتن معادله تعادل قائم در گره C داریم:

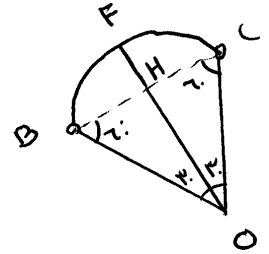
$$\frac{R}{2} + \frac{R}{2} = 2\text{ton} \Rightarrow R = 2\text{ton}$$

اگر مرکز دایره را O بنامیم با توجه به شکل مقدار FH محاسبه می‌شود.

$$\overline{OF} = 1\text{m}$$

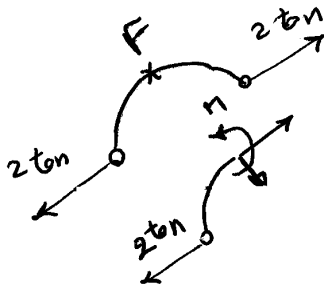
$$\overline{OH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{m}$$

$$\overline{FH} = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{m}$$



لنگر خمشی به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$M = 2 \times \overline{FH} = 2 \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = (2 - \sqrt{3}) \text{ton.m}$$



۸۲- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

در المان ABD که صلب است، نقطه D به تکیه‌گاه مفصلی ثابت متصل است که حرکت افقی و قائم در صفحه ندارد در جسم صلب که تغییر طول محوری در آن قابل صرف‌نظر کردن است، وقتی نقطه D حرکتی ندارد، پس نقطه A از عضو AD حرکتی ندارد. همین استدلال در مورد عضو AF نیز صحیح است. پس به دلیل ثابت بودن نقاط D و F و صلب بودن AD و AF طول اعضاء AD و AF ثابت باقی می‌ماند گره A که در محل تقاطع دو عضو با طول ثابت قرار دارد، حرکتی نداشته و مکان آن ثابت است. پس دو سر عضو خمیده که به نقاط F و D و متصل هستند، حرکتی نخواهند داشت و در نتیجه خمشی در آنها صورت نمی‌پذیرد.

۸۳- گزینه ۴ صحیح می‌باشد

$$y'' = \frac{M(x)}{EI}, \frac{dM}{dx} = V, \frac{dV}{dx} = q \Rightarrow \frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{q}{EI}$$

حال اگر y از درجه چهارم باشد، مشتق درجه چهارم مقداری ثابت است و لذا داریم:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = K \Rightarrow \frac{q}{EI} = K \Rightarrow q = KEI$$

پس مقدار بار گسترده ثابت است و گزینه چهارم صحیح است.

به دلیل اینکه منحنی الاستیک از درجه چهارم می‌باشد، داریم:

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = Cx + D \quad (I)$$

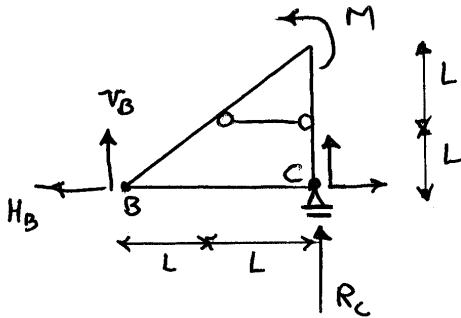
$$y'' = \frac{M(x)}{EI}, \frac{dM}{dx} = V \Rightarrow \frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{V}{EI} \quad (II)$$

$$(I), (II) : V = (Cx + D)EI$$

رابطه بالا نشان دهنده خطی بودن برش در آن قسمت است.

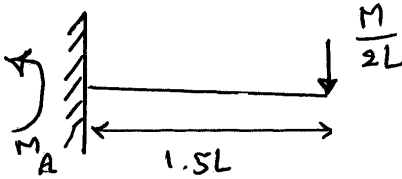
۸۴- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

اگر قطعه BC را جدا کرده و نیروهای مؤثر به آن را نیز نشان بدهیم، خواهیم داشت:



$$O^+ \sum M_C = 0 \Rightarrow -V_B \times 2L + M = 0 \Rightarrow V_B = \frac{M}{2L}$$

نیازی به محاسبه H_B نمی‌باشد (تأثیری در محاسبه لنگر ندارد) اگر المان AB را به این صورت در نظر بگیریم، خواهیم داشت:



$$M_A = \frac{M}{2L} \times 1.5L = 0.75 M$$

۸۵- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

عضو CD مانند تیر دو سر ساده رفتار می‌کند. مقداری از بار 2 ton و مقداری از p به نقطه C می‌رسد که به شرح زیر می‌باشد:

$$\text{سه‌م مفصل خمشی C از بار دو تن (به سمت پایین)} = \frac{2 \times (1+2)}{4} = 1.5 \text{ ton}$$

$$\text{سه‌م مفصل خمشی C از بار p (به سمت بالا)} = \frac{p \times 2}{4} = \frac{p}{2}$$

این دو نیرو، برای عضو BC، نیروی محوری تلقی می‌شوند و تکیه‌گاه E هم به دلیل اینکه مفصلی متحرک است و واکنش مقاوم به سمت بالا (عمود بر BC) دارد، در برابر این دو نیرو $\left(\frac{p}{2}, 1.5\right)$ مقاومتی نکرده و این نیروها به نقطه B می‌رسند.



$$M_A = \frac{p}{2} \times 4 - 1.5 \times 4 = 0 \Rightarrow p = 3 \text{ ton}$$

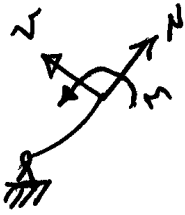
۸۶- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

عضو AB، یک المان سه نیرویی می‌باشد. شرط لازم تعادل جسم 3 نیرویی تقارب آنها می‌باشد و لذا عکس‌العمل تکیه‌گاه A، باید از نقطه B بگذارد، در ابتدا ضریب k را در معادله شکل عضو به دست می‌آوریم:

$$B \Big|_4^2, y = kx^3 \Rightarrow 4 = 8k \Rightarrow k = 0.5 \Rightarrow y = 0.5 x^3$$

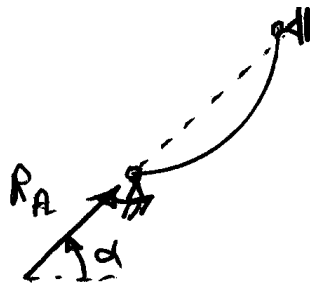
برای محاسبه نیروهای داخلی در یک عضو منحنی در نقطه‌ای خاص، مقطعی در آن نقطه در نظر گرفته و یک طرف آن مقطع را کنار می‌گذاریم. خط مماس بر منحنی در آن نقطه، موقعیت نیروی محوری و راستای عمود بر آن موقعیت نیروی برش را مشخص می‌کند. حل در

نقطه $x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ راستای مماس بر منحنی را مشخص می‌کنیم.



$$y' = 1.5x^2, x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow y' = 2$$

به عبارت دیگر راستای نیروی محوری با افق زاویه $\text{Arc tan } 2$ می‌باشد. طبق بحث اول، عکس‌العمل A از نقطه B می‌گذرد زاویه راستای عکس‌العمل تکیه‌گاه A با افق نیز برابر است با:



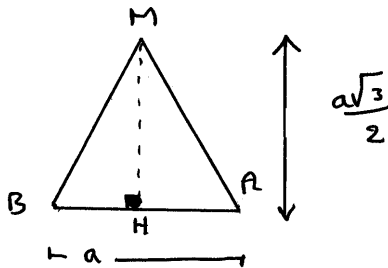
$$\tan \alpha = \frac{4}{2} = 2$$

پس زاویه راستای نیروی محوری با افق در نقطه $x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ و زاویه راستای عکس‌العمل A با افق با هم برابر است و این دو راستا با هم موازی‌اند. چون راستای نیروی برشی بر راستای نیروی محوری عمود است، تصویر R_A بر راستای نیروی برشی صفر است و لذا نیروی برشی

در نقطه $x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ صفر است.

۸۷- گزینه ۳ صحیح می باشد.

عضو BMC، یک عضو ۳ نیرویی می باشد و لذا بار p و واکنش تکیه گاه A و واکنش تکیه گاهی B ، باید با هم متقارب باشند در مثلث BMA داریم:



$$\overline{AM}^2 = \overline{MH}^2 + \overline{AH}^2$$

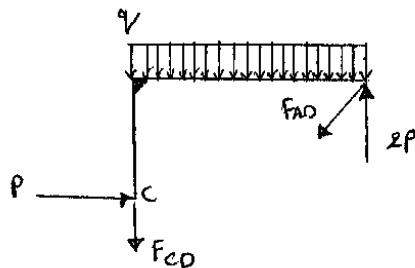
$$\overline{AM}^2 = \frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = a^2 \Rightarrow \overline{AM} = a$$

چون $\overline{AB} = \overline{AM} = \overline{BM} = a$ ، مثلث AMB ، متساوی الاضلاع است و زاویه راستای AM با افق 60° می باشد. پس میله \overline{AM} نیز با راستای نیروی p موازی است و عکس العمل تکیه گاه B هم باید با آنها موازی باشد، تا در بی نهایت به لحاظ تئوری متقارب باشند.

۸۸- گزینه ۲ صحیح می باشد.

بار 2 ton ، قابلیت انتقال به قسمت CBA را ندارد. علت این امر وجود اعضا دو سر مفصل است که تحمل نیروی برشی را ندارند. به همین دلیل بار 2 ton از ناحیه efg نمی تواند عبور کند و تمام بار 2 ton را عکس العمل قائم تکیه گاه d تحمل می کند.

۸۹- گزینه ۳ صحیح می باشد.

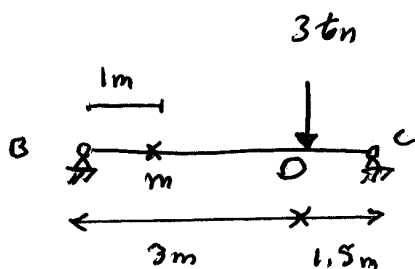


$$O^+ \sum M_D = 0 \Rightarrow -3aq \times \frac{3a}{2} - ap + 2p \times 3a = 0 \quad q = \frac{10p}{9a}$$

۹۰- گزینه ۱ صحیح می باشد.

سازه معین و پایدار است و لذا می توان به راحتی مسیر انتقال نیرو را مشخص کرد.

از نیروی 3 ton ، سهمی به المان EF نمی رسد، زیرا امتداد نیرو بر این عضو عمود است. مقداری از نیروی 2 ton در گره D به صورت نیروی محوری برای عضو BC عمل می کند. نیروی 3 ton که به صورت نیروی محوری برای عضو DE عمل می کند، به صورت نیروی برشی برای عضو BC خواهد بود. عضو BC می تواند به این صورت مدل شود.



$$R_B = \frac{3 \times 1.5}{4.5} = 1 \text{ ton}$$

$$M_m = 1 \times 1 = 1 \text{ ton} \cdot \text{m}$$

۹۱- گزینه ۱ صحیح می باشد

بین ذرات کانی‌های رسی مجاور یکدیگر نیروهای دافعه و جاذبه وجود دارد. بین لایه‌های دوگانه با بار یکسان دفع صورت می‌گیرد و نیروی دفع‌کننده بستگی به مشخصات لایه دوگانه دارد، به این ترتیب که با افزایش ظرفیت یون‌های مثبت و یا افزایش تمرکز آن‌ها، مقدارش کم می‌شود و بالعکس. جذب میان ذره‌ای نیز به دلیل نیروهای واندروالسی در فواصل کوتاه است که تابع خصوصیات لایه دوگانه نمی‌باشند. این نیروها با افزایش فاصله میان ذرات کاهش می‌یابند.

۹۲- گزینه ۳ صحیح می باشد

مقایسه خصوصیات کانی‌های رسی (کائولینیت - ایلیت - مونت موریلونیت) به شرح زیر است:

۱- پیوند بین ذرات کائولینیت‌ها از نوع هیدروژنی، در ایلیت‌ها پیوندی فلزی (توسط یون پتاسیم) و در مونت موریلونیت‌ها نیروهای ضعیف واندروالسی است.

۲- پایداری ترکیب شیمیایی در کائولینیت‌ها از بقیه بیشتر و در مونت موریلونیت‌ها از همه کمتر است. این بدان معنی است که تمایل به انجام واکنش و فعالیت در کائولینیت‌ها از بقیه کمتر و در مونت موریلونیت‌ها از همه بیشتر است.

۳- تمایل به جذب آب، قابلیت تورم و خاصیت خمیری کانی‌های رسی متناسب با بزرگی سطح ویژه آن‌ها بوده و در مونت موریلونیت‌ها بیشتر از ایلیت‌ها و در ایلیت‌ها نیز بیشتر از کائولینیت‌ها است.

بنابراین در پاسخگویی به این سوال ملاحظه می‌شود که پیوند بین ذرات کائولینیت‌ها از نوع هیدروژنی و پایداری ترکیب شیمیایی آن‌ها در مقایسه با بقیه بیشتر است.

۹۳- گزینه ۳ صحیح می باشد

با توجه به شکل دیاگرام سه‌فازی ملاحظه می‌شود که:

$$V_a = 0.2 V \quad , \quad V_w = 0.5 V_v$$

از طرفی می‌دانیم $V_v = V_w + V_a$ است که با جایگذاری مقادیر V_a و V_w در این رابطه، خواهیم داشت:

$$V_v = 0.5 V_v + 0.2 V \rightarrow 0.5 V_v = 0.2 V \rightarrow n = \frac{V_v}{V} = 0.4 \rightarrow e = \frac{n}{1-n} = \frac{0.4}{1-0.4} = \frac{2}{3} = 0.67$$

راه حل دوم:

$$\begin{cases} V_a = 0.2 V \rightarrow A = \frac{V_a}{V} = 0.2 \\ V_w = 0.5 V_v \rightarrow S_r = \frac{V_w}{V_v} = 0.5 \end{cases}$$

با توجه به رابطه درصد هوا با درجه اشباع و تخلخل، می‌نویسیم:

$$\boxed{A = n(1 - S_r)} \rightarrow 0.2 = n(1 - 0.5) \rightarrow n = 0.4 \rightarrow e = 0.67$$

۹۴- گزینه ۴ صحیح می باشد

طبق تعریف (که در صورت مسئله آمده است) حجم ویژه خاک نسبت حجم کل خاک به حجم دانه‌های جامد است. بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{cases} V' = \frac{V}{V_s} = \frac{V_v + V_s}{V_s} = e + 1 \\ n = 0.5 \rightarrow e = \frac{n}{1-n} = \frac{0.5}{1-0.5} = 1 \end{cases} \rightarrow V' = 1 + 1 = 2$$

۹۵- گزینه ۲ صحیح می باشد

$$G_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_w} = \frac{W_s}{V_s \gamma_w} = \frac{W_s}{(F_v)_s} = \frac{240}{240 - 150} = \frac{8}{3} = 2.67$$

تذکر: رابطه بین وزن دانه‌های جامد خاک، وزن غوطه‌ور خاک (که همان وزن غوطه‌ور دانه‌های جامد است) و نیروی شناوری وارد بر دانه‌های جامد خاک به صورت زیر است:

$$W' = W_s - (F_V)_s \quad \text{یا} \quad (F_V)_s = W_s - W'$$

۹۶- گزینه ۳ صحیح می‌باشد

$$\begin{cases} \gamma = \frac{W}{V} \\ \gamma = \frac{G_s(1+\omega)}{1+e} \gamma_w \end{cases} \rightarrow \frac{2700}{1500} = \frac{2.5(1+0.2)}{1+e} \times 1 \rightarrow e = \frac{2}{3}$$

$$\begin{cases} \gamma_d = \frac{W_s}{V} \\ \gamma_d = \frac{G_s \gamma_w}{1+e} \end{cases} \rightarrow \frac{W_s}{1500} = \frac{2.5 \times 1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right)} \rightarrow W_s = 2250 \text{ gr}$$

$$\text{وزن کاهش} = W_w = W - W_s = 2700 - 2250 = 450 \text{ gr}$$

تذکر: توجه کنید که خاک با رطوبت 20% در حالت غیراشباع است:

$$S_r = \frac{\omega G_s}{e} = \frac{0.2 \times 2.5}{\left(\frac{2}{3}\right)} = 0.75$$

بنابراین کاهش رطوبت و خشک شدن خاک باعث کاهش حجم آن نمی‌شود.

راه حل دوم:

$$\begin{cases} \gamma_d = \frac{W_s}{V} = \frac{\gamma}{1+\omega} \\ \gamma = \frac{2700}{1500} = 1.8 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \end{cases} \rightarrow W_s = 1500 \times \frac{1.8}{1+0.2} = 2250 \text{ gr} \rightarrow \text{وزن کاهش} = W_w = 2700 - 2250 = 450 \text{ gr}$$

۹۷- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

$$\begin{cases} W_1 = W_s \\ W_2 = W_s + W_w \rightarrow W_s + W_w = 1.2 W_s \rightarrow \omega = \frac{W_w}{W_s} = 0.2 \\ W_2 = 1.2 W_1 \end{cases}$$

$$\omega G_s = S_r e \rightarrow 0.2 \times 2.5 = 1 \times e \rightarrow e = 0.5 \rightarrow n = \frac{e}{1+e} = \frac{0.5}{1+0.5} = \frac{1}{3} = 0.33$$

۹۸- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

با استفاده از رابطه $\omega = \frac{W_w}{W_s}$ می‌توان نتیجه گرفت که دو برابر شدن میزان رطوبت، با توجه به ثابت ماندن W_s باعث دو برابر شدن وزن آب

(W_w) می‌گردد و چون وزن مخصوص آب مقداری ثابت است، لذا حجم آب (V_w) نیز دو برابر خواهد شد. از طرفی می‌دانیم درجه اشباع

نسبت حجم آب به حجم فضای خالی است $\left(S_r = \frac{V_w}{V_v} \right)$ ، پس آیا دو برابر شدن حجم آب باعث دو برابر شدن درجه اشباع می‌شود؟

برای پاسخ به این سوال بایستی به درجه اشباع اولیه خاک رجوع کرد. در حالتی که حجم آب دو برابر شده است، چهار حالت به شرح زیر قابل بررسی است:

- ۱- درجه اشباع اولیه خاک کوچکتر از 50% باشد: در این حالت با دو برابر شدن حجم آب امکان دو برابر شدن درجه اشباع وجود دارد، به همین علت حجم فضای خالی و حجم خاک تغییر نمی‌کند. در این حالت خاک اشباع نمی‌شود.
- ۲- درجه اشباع اولیه خاک برابر 50% باشد: در این حالت با دو برابر شدن حجم آب، امکان دو برابر شدن درجه اشباع وجود دارد به همین علت حجم فضای خالی و حجم خاک تغییر نمی‌کند. در این حالت خاک اشباع می‌شود.
- ۳- درجه اشباع اولیه خاک بین 50% و 100% باشد: در این حالت با دو برابر شدن حجم آب، امکان دو برابر شدن درجه اشباع وجود ندارد زیرا ماکزیمم آن برابر 100% است لذا بایستی حجم فضای خالی و در نتیجه حجم خاک افزایش یابد تا حجم آب دو برابر شود. در این حالت درجه اشباع کمتر از دو برابر خواهد شد و خاک اشباع می‌شود.
- ۴- درجه اشباع اولیه خاک برابر 100% باشد: در این حالت خاک اشباع است و دو برابر شدن حجم آب تنها با دو برابر شدن حجم فضای خالی امکان پذیر خواهد بود، لذا می‌توان گفت با دو برابر شدن حجم آب درجه اشباع خاک ثابت مانده و حجم خاک افزایش می‌یابد. با توجه به توضیحات فوق ملاحظه می‌شود که در این مسئله، خاک در حالت سوم ($50\% < Sr = 60\% < 100\%$) قرار دارد و لذا دو برابر شدن حجم آب منجر به اشباع شدن نمونه و افزایش حجم آن می‌گردد.

۹۹- گزینه ۴ صحیح می‌باشد

$$\gamma = \frac{G_s(1+\omega)}{1+e} \gamma_w = \frac{G_s + Sr \cdot e}{1+e} \cdot \gamma_w = \frac{G_s + Sr(e + G_s - G_s)}{1+e} \gamma_w$$

$$= \frac{G_s \gamma_w}{1+e} + Sr \left[\frac{(e + G_s)}{1+e} \gamma_w - \frac{G_s \gamma_w}{1+e} \right] = \gamma_d + Sr(\gamma_{sat} - \gamma_d)$$

۱۰۰- گزینه ۲ صحیح می‌باشد

مقدار M_A گرم از خاک A و M_B گرم از خاک B را از الک شماره 10 عبور می‌دهیم و ملاحظه می‌کنیم که مقدار X_A درصد از M_A و X_B درصد از M_B از الک شماره 10 عبور کرده است. از طرفی مقدار عبوری که برابر $(X_A M_A + X_B M_B)$ گرم است، X_C درصد از مجموع M_A و M_B است که از الک شماره 10 رد شده است. با توجه به اطلاعات این مسئله خواهیم داشت:

$$X_A M_A + X_B M_B = X_C (M_A + M_B) \rightarrow 30M_A + 60M_B = 40(M_A + M_B)$$

$$\rightarrow \frac{M_A}{M_B} = 2 \rightarrow M_A = 0.67M \text{ (کل)} \text{ و } M_B = 0.33M \text{ (کل)}$$

۱۰۱- گزینه ۴ صحیح می‌باشد

منحنی دانه‌بندی نشان می‌دهد که درصد وزنی این دو نوع گوی شیشه‌ای (کروی) با هم برابر است، بنابراین می‌نویسیم:

$$W_1 = W_2 \rightarrow (n_1)(\gamma_s) \left(\frac{\pi D_1^3}{6} \right) = (n_2)(\gamma_s) \left(\frac{\pi D_2^3}{6} \right) \rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^3 = \left(\frac{2}{1} \right)^3 \rightarrow n_1 = 8n_2$$

۱۰۲- گزینه ۲ صحیح می‌باشد

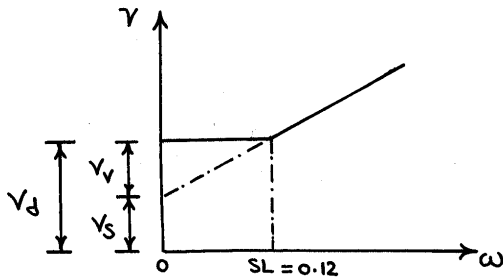
$$PL = \frac{\sum_{i=1}^n PL}{n} = \frac{20.8 + 20.3 + 20.7}{3} = 20.6$$

۱۰۳- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

در رطوبت حد انقباض داریم:

$$\omega G_s = Sr \cdot e \rightarrow SL \cdot G_s = e \rightarrow e = 0.12 \times 2.5 = 0.3$$

$$\gamma_d = \frac{G_s \gamma_w}{1+e} = \frac{2.5 \times 10}{1+0.3} = 19.2 \frac{KN}{m^3}$$



تذکر: همان طور که در شکل مقابل ملاحظه می‌کنید، وزن مخصوص خشک خاک به ازای حجم (و نسبت تخلخل) خاک در قسمت افقی نمودار محاسبه می‌شود که هم شامل حالت خشک و هم شامل رطوبت حد انقباض است.

۱۰۴- گزینه ۲ صحیح می‌باشد

الف - تعیین نام اول خاک:

$$P.P_{200} = 3\% < 50\% \rightarrow S \text{ یا } G \text{ و } P.P_4 = 100\% \rightarrow S$$

ب - تعیین نام دوم خاک:

$$P.P_{200} = 3\% < 5\% \rightarrow W \text{ یا } P: \text{ مشخصات دانه‌بندی خاک مدنظر است.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}} = \frac{2}{0.2} = 10 > 6 \text{ (O.K.)} \\ C_c = \frac{D_{30}^2}{D_{60} \times D_{10}} = \frac{0.8^2}{2 \times 0.2} = 1.6 \rightarrow 1 < C_c < 3 \text{ (O.K.)} \end{array} \right. \rightarrow W$$

نام خاک: SW

تذکر (۱): اندازه قطر الک شماره ۲۰۰ برابر ۰.۰۷۵ میلی‌متر و اندازه قطر الک شماره ۴ برابر ۴.۷۵ میلی‌متر می‌باشد.

تذکر (۲): مقادیر D_{10} ، D_{30} ، D_{60} را با توجه به جدول ارائه شده در صورت سوال به دست آوریم.

تذکر (۳): درصد عبوری از الک شماره ۴ برابر ۱۰۰٪ است یعنی کلاً شن نداریم.

۱۰۵- گزینه ۳ صحیح می‌باشد

الف - تعیین نام اول خاک

$$P.P_{200} = 20\% < 50\% \rightarrow S \text{ یا } G \text{ خاک درشت دانه است}$$

$$P.P_4^* = \left(\frac{P.P_4 - P.P_{200}}{100 - P.P_{200}} \right) \times 100 = \left(\frac{70 - 20}{100 - 20} \right) \times 100 = 62.5\% > 50\% \rightarrow S$$

ب- تعیین نام دوم خاک

$$P.P_{200} = 20\% > 12\% \rightarrow C \text{ یا } M: \text{ مشخصات مربوط به ریزدانه مدنظر است.}$$

$$PI = LL - PL = 18 - 15 = 3 < 4 \rightarrow M$$

نام خاک: SM

تذکر: PP_4^* درصد عبوری درشت‌دانه از الک ۴ (یا مقدار ماسه در درشت‌دانه) است که نباید آنرا با درصد عبوری از الک ۴ (PP_4) اشتباه گرفت.

۱۰۶- گزینه ۱ صحیح می‌باشد

$$P.P_{200} = 100 - 80 = 20 < 50 \rightarrow \text{خاک درشت دانه است}$$

در سیستم طبقه‌بندی آشتو A-1، A-2 و A-3 درشت‌دانه و A-4، A-5، A-6 و A-7 ریزدانه می‌باشند، بنابراین با توجه به گزینه‌ها نام خاک موردنظر می‌تواند A-2 باشد.

۱۰۷- گزینه ۴ صحیح می باشد

با توجه به جدول نتایج، مشخص است که $\gamma_{dmax} = 18 \frac{KN}{m^3}$ و رطوبت نظیر آن که رطوبت بهینه نامیده می شود برابر $\omega_{opt} = 15\%$ می باشد منظور از درصد تراکم 95 یعنی این که خاک طوری متراکم شود که γ_d آن 95 درصد γ_{dmax} به دست آمده از آزمایش تراکم شود، یعنی:

$$\gamma_d = 0.95 \gamma_{dmax} = 0.95 \times 18 = 17.1 \frac{KN}{m^3}$$

رطوبت نظیر تراکم 95 درصد با توجه به جدول برابر 12% می باشد.

پرسش: اگر وزن مخصوص دانه های جامد خاک برابر $G_s = 2.7$ باشد، درجه اشباع خاک در رطوبت بهینه چقدر است؟ $\left(\gamma_w = 10 \frac{KN}{m^3} \right)$

۱۰۸- گزینه ۴ صحیح می باشد

الف- بررسی گزینه صحیح:

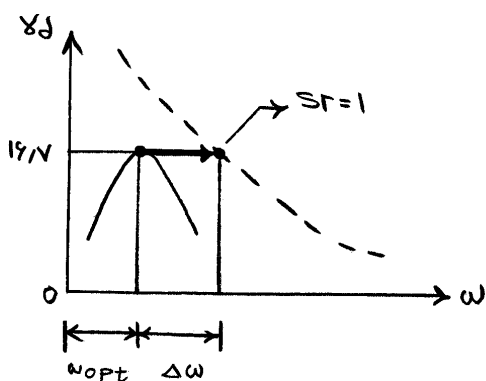
انرژی آزمایش تراکم اصلاح شده بیشتر از انرژی آزمایش تراکم استاندارد است، بنابراین با انجام آزمایش تراکم اصلاح شده به جای آزمایش تراکم استاندارد بر روی یک خاک مشخص، وزن مخصوص خشک حداکثر خاک افزایش یافته و از مقدار رطوبت بهینه کاسته می شود.

ب- بررسی گزینه های نادرست:

گزینه (۱) نادرست است زیرا در این حالت از مقدار رطوبت بهینه کاسته می شود. گزینه (۲) نادرست است زیرا به ازای انرژی تراکم ثابت، خاک درشت دانه بهتر از خاک ریزدانه متراکم می شود و در نهایت گزینه (۳) نادرست است چرا که به ازای انرژی تراکم ثابت بر روی دو نمونه خاک رسی، خاکی بهتر متراکم می شود (وزن مخصوص خشک حداکثر بیشتری خواهد داشت) که دامنه خمیری آن کمتر باشد.

۱۰۹- گزینه ۲ صحیح می باشد

برای اشباع شدن نمونه در رطوبت بهینه، بایستی قله منحنی تراکم با حرکت افقی، بر منحنی اشباع صد درصد که معادله آن مشخص شده است، منطبق گردد. این بدان معنی است که بدون کاهش حجم نمونه (چون حرکت منحنی افقی بوده و γ_d ثابت مانده است) و تنها با افزایش رطوبت، خاک اشباع شده است. در این حالت می توان نوشت:



$$\gamma_d = \frac{25}{1 + 2.5\omega} \rightarrow 16.7 = \frac{25}{1 + 2.5\omega} \rightarrow \omega = 0.2$$

$$\omega = \omega_{opt} + \Delta\omega \rightarrow \omega_{opt} = 0.2 - 0.08 = 0.12$$

۱۱۰- گزینه ۳ صحیح می باشد

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{قرضه } \gamma_d = \frac{G_s \gamma_w}{1 + e} = \frac{2.7 \times 10}{1 + 0.8} = 15 \frac{KN}{m^3} \\ \text{اجرایی } \gamma_d = 18 \frac{KN}{m^3} \\ \text{اجرایی } V = 30 \times 1.5 \times 1000 = 45000 m^3 \\ \text{قرضه } V = ? \end{array} \right.$$

چون W_s قرضه و W_s اجرایی با هم برابرند، لذا: « V اجرایی $\times \gamma_d$ اجرایی = V قرضه $\times \gamma_d$ قرضه» و از آن جا خواهیم داشت:

$$\frac{\gamma_d \text{ قرضه}}{\gamma_d \text{ اجرایی}} = \frac{V \text{ اجرایی}}{V \text{ قرضه}} \rightarrow \frac{15}{18} = \frac{45000}{V \text{ قرضه}} \rightarrow V \text{ قرضه} = 54000 \text{ m}^3$$

$$V \text{ قرضه} = (n \times \text{تعداد کامیون ها}) \times (\text{ظرفیت هر کامیون}) \rightarrow 54000 = n \times 10 \rightarrow n = 5400$$

پرسش: در این مسئله وزن آب در خاک حمل شده توسط هر کامیون چند KN است؟

مکانیک سیالات

۱۱۱- گزینه ۲ صحیح می باشد.

مدول الاستیسیته حجمی یا مدول بالک برابر است با:

$$K = -V \left(\frac{dP}{dV} \right) = \rho \left(\frac{dP}{d\rho} \right)$$

بنابراین با جایگذاری $\rho = \frac{\gamma}{g}$ در رابطه فوق و بازنویسی آن به شکل تفاضل محدود، خواهیم داشت:

$$K = \gamma \left(\frac{\Delta P}{\Delta \gamma} \right) \Rightarrow 2.3 \times 10^9 = 10 \left(\frac{92 \times 10^6 - 0}{\gamma_2 - 10} \right) \rightarrow \gamma_2 = 10 + 0.4 = 10.4 \frac{\text{KN}}{\text{m}^3}$$

۱۱۲- گزینه ۴ صحیح می باشد.

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F = \sigma \times (2L) = 0.072 \times (0.08) = 0.00576$$

۱۱۳- گزینه ۲ صحیح می باشد.

فشار نسبی داخلی (اختلاف فشار داخل با خارج) در جت باریک استوانه‌ای برابر است با:

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{d} \rightarrow \Delta P = \frac{2 \times 0.07}{0.014} = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

تذکر: فشار نسبی داخلی در قطره و حباب کروی نیز به صورت زیر محاسبه می شوند.

$$\Delta P = \frac{4\sigma}{d} \text{ (حباب کروی)}, \Delta P = \frac{8\sigma}{d} \text{ (قطره کروی)}$$

۱۱۴- گزینه ۱ صحیح می باشد.

در حل این مسئله ابتدا بایستی فاصله سطح آزاد مایع تا صفحه صلب را بدست آوریم. می دانیم در سطح آزاد جریان، در یک مایع نیوتنی، هوا مقاومتی در برابر جریان مایع نخواهد داشت یعنی تنش برشی در سطح آزاد جریان برابر صفر خواهد بود:

$$\tau_{y=h} = \mu \left(\frac{du}{dy} \right) = 0 \rightarrow \left(\frac{du}{dy} \right)_{y=h} = 0 \rightarrow -10h + 4 = 0 \rightarrow h = 0.4 \text{ m}$$

حال نسبت سرعت مایع در سطح آزاد جریان ($y = 0.4 \text{ m}$) به سرعت جریان در فاصله ۲۰ سانتی متری از صفحه صلب ($y = 0.2 \text{ m}$) را می نویسیم:

$$\frac{u(y=0.4)}{u(y=0.2)} = \frac{-5 \times (0.4)^2 + 4 \times (0.4)}{-5 \times (0.2)^2 + 4 \times (0.2)} = \frac{0.8}{0.6} = \frac{4}{3} = 1.33$$

۱۱۵- گزینه ۳ صحیح می باشد.

(الف) محاسبه تنش برشی وارد به صفحه بالایی (τ_1)

$$\tau_1 = \mu_1 \left(\frac{du}{dy} \right) = \mu_1 \left(\frac{\Delta u}{\Delta y} \right) = 0.4 \left(\frac{3 - 2}{0.02} \right) = 20 \text{ kPa}$$

(ب) محاسبه تنش برشی وارد به صفحه پایینی (τ_2)

$$\tau_2 = \mu \left(\frac{du}{dy} \right) = \mu \left(\frac{\Delta u}{\Delta y} \right) = 0.2 \left(\frac{2-0}{0.02} \right) = 20 \text{ kPa}$$

۱۱۶- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

امتداد موازی با سطح شیبدار را امتداد X می‌نامیم و با توجه به ثابت بودن سرعت حرکت جسم (منظور سرعت حداکثر جسم است)، تعادل نیروها را در این امتداد می‌نویسیم:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow 2Mg - Mg \sin \alpha - \tau \cdot A = 0, \sin \alpha = 30^\circ, \tau = \mu \frac{V}{D}$$

$$\rightarrow 2Mg - Mg \left(\frac{1}{2} \right) - \left(\mu \cdot \frac{V}{D} \right) A = 0 \rightarrow V = \frac{3MgD}{2\mu A}$$

تذکره: در حل این مسئله فرض کردیم که ضخامت روغن کم است و پروفیل سرعت را خطی در نظر گرفتیم.

۱۱۷- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

$$v = r\omega$$

$$\tau = \mu \left(\frac{du}{dy} \right) \xrightarrow{\text{با فرض خطی بودن پروفیل سرعت}} \tau = \mu \left(\frac{v}{y_0} \right) = \frac{\mu r \omega}{y_0}$$

$$A = 2 \times (\pi r^2) = 2\pi r^2 \rightarrow dA = 4\pi r dr$$

$$dF = \tau \cdot dA = \left(\frac{\mu r \omega}{y_0} \right) \times (4\pi r dr) = \frac{4\pi \omega \mu r^2 dr}{y_0}$$

$$dT = r \cdot dF = \frac{4\pi \omega \mu r^3 dr}{y_0} \rightarrow T = \int_0^R \frac{4\pi \omega \mu r^3 dr}{y_0} = \frac{\pi R^4 \omega \mu}{y_0}$$

$$\mu = \rho \nu = 800 \times 0.125 \times 10^{-4} = 0.01 \text{ pa.s}$$

مقدار μ برابر است با:

مقادیر $\omega = 1.6$ ، $R = 0.05 \text{ m}$ و $y_0 = 0.001 \text{ m}$ را نیز به همراه μ در رابطه بدست آمده، جایگذاری می‌کنیم:

$$T = \frac{\pi \times (0.05)^4 \times (1.6) \times (0.01)}{0.001} = \pi \times 10^{-4} = 3.14 \times 10^{-4} \text{ N.m}$$

۱۱۸- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

با نوشتن معادله مانومتری خواهیم داشت:

$$P_A + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 = 0 \rightarrow -11 + (1.6 \times 10)(0.5) + (S_2 \times 10)(0.4) = 0 \rightarrow S = \frac{3}{4} = 0.75$$

۱۱۹- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

با نوشتن معادله مانومتری برای مخزن خواهیم داشت:

$$P_{\text{air}} + (\gamma_{\text{oil}})(h_{\text{oil}}) + (\gamma_w)(h_w) - (\gamma_{\text{Hg}})(h_{\text{Hg}}) = 0 \rightarrow$$

$$30 + (0.8 \times 10)(2) + (10)(1.2 + 1) - (13.6 \times 10)(y) = 0 \rightarrow y = 0.5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

۱۲۰- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

$$P = \int_0^{20} \gamma dh = \int_0^{20} (10 + 0.02h) dh = \left(10h + 0.01h^2 \right) \Big|_0^{20} = 10 \times 20 + 0.01 \times 20^2 = 204 \text{ kPa}$$

۱۲۱- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

$$\begin{cases} P_{\text{abs}}(A) = P_g(A) + P_{\text{abs}}(B) \\ P_{\text{abs}}(B) = P_g(B) + P_{\text{atm}} \end{cases} \rightarrow P_{\text{abs}}(A) = P_g(A) + P_g(B) + P_{\text{atm}}$$

$$\rightarrow 450 = 200 + P_g(B) + 100 \rightarrow P_g(B) = 150 \text{ kPa}$$

تذکر: فشار قرائت شده توسط فشار سنج عقربه‌ای، فشار gage نامیده می‌شود و فشار نسبی را نشان می‌دهد.

۱۲۲- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

نقطه (1) را در آب و نقطه (2) را در جیوه در نظر می‌گیریم و برای وضعیت موجود می‌نویسیم:

$$P_{(A-A)(1)} = P_{(A-A)(2)} \rightarrow h_w \times \gamma_w = h_{Hg} \times \gamma_{Hg} \rightarrow h_w = 13.5 \times 0.2 = 2.7 \text{ m}$$

وقتی ظرف از آب پر می‌شود، آب در شاخه سمت چپ به اندازه Δh نسبت به حالت اول پایین می‌آید و طبیعتاً به همین اندازه هم جیوه در شاخه سمت راست بالا خواهد رفت. اگر در این حالت سطح پایینی آب در شاخه سمت چپ را تراز (B-B) بنامیم، خواهیم داشت:

$$P_{(B-B)(1)} = P_{(B-B)(2)} \rightarrow h_w \gamma_w = h_{Hg} \times \gamma_{Hg} \rightarrow (\Delta h + 2.7 + 2.6)\gamma_w = (0.2 + 2\Delta h)13.5\gamma_w \rightarrow \Delta h = 0.1 \text{ m}$$

و از آنجا فاصله سطح جیوه در لوله سمت راست تا تراز A-A بدست می‌آید:

$$L = 0.2 + \Delta h = 0.2 + 0.1 = 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

۱۲۳- گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

$$M = F \times H, F = \bar{\gamma} A = (\gamma) \left(\frac{h}{2} \right) (h \times 1) = \frac{1}{2} \gamma h^2, H = \frac{h}{3} \rightarrow M = \left(\frac{1}{2} \gamma h^2 \right) \left(\frac{h}{3} \right) = \frac{1}{6} \gamma h^3$$

اگر سطح آب در پشت دیواره 3 متر بالا بیاید (6 متر شود)، به این معنی است که ارتفاع h دو برابر شده است. بنابراین با توجه به ثابت بودن γ ، مقدار M ، $2^3 = 8$ برابر خواهد شد.

تذکر: توجه کنید در این حالت عرض دیواره را برابر واحد طول در نظر گرفتیم، بدون اینکه خللی در محاسبات وارد شود (بدلیل این موضوع فکر کنید).

۱۲۴- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

اگر مرکز فشار (محل اثر نیروی هیدرواستاتیک) پایین‌تر از لولا باشد، لنگری در جهت خلاف عقربه‌های ساعت می‌خواهد که باعث دوران دریچه شود. در این حالت مانع قرار گرفته در پایین دریچه جلوی دوران را می‌گیرد، حال اگر ارتفاع مایع در پشت دریچه بالا رود، مرکز فشار به لولا نزدیک‌تر می‌شود (چرا؟) تا جایی که سرانجام بر آن منطبق می‌گردد. از این به بعد با افزایش بیشتر ارتفاع مایع (که از این به بعد می‌گوییم ارتفاع h)، لنگری در جهت عقربه‌های ساعت باعث دوران دریچه خواهد شد و مانعی نیز برای مقابله با آن وجود ندارد. لذا وقتی مرکز فشار بر لولا (C) منطبق است، دریچه در آستانه دوران قرار دارد. در این حالت با توجه به اینکه فاصله C (که حالا می‌گوییم مرکز فشار) و مرکز سطح دریچه، طبق آنچه در شکل مشخص است، برابر 40 میلی‌متر است، خواهیم داشت:

$$\bar{y} - y_p = 0.04 \rightarrow \frac{I_G}{A\bar{y}} = 0.04 \rightarrow \frac{\left(\frac{\pi D^4}{64} \right)}{\left(\frac{\pi D^2}{4} \right) \left(h + \frac{D}{2} \right)} = 0.04$$

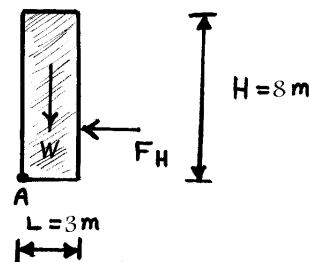
$$\xrightarrow{D=2\text{m}} \frac{1}{4(h+1)} = 0.04 \rightarrow h = 5.25 \text{ m}$$

۱۲۵- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

با ترسیم نیروهای وارد برسد بتنی ملاحظه می‌شود که نیرو هیدرواستاتیک افقی عامل دوران سد و نیروی وزن سد نیز نیروی مقاوم در برابر این عامل مخرب است. در این حالت خواهیم داشت:

$$F.S = \frac{\text{عامل مقاوم}}{\text{عامل مخرب}} = \frac{M_R}{M_D} = \frac{W \left(\frac{L}{2} \right)}{F_H \left(\frac{H}{3} \right)}$$

$$= \frac{(\gamma V) \left(\frac{L}{2} \right)}{(\bar{\gamma} A) \left(\frac{H}{3} \right)} = \frac{(24 \times 8 \times 3 \times 1) \left(\frac{3}{2} \right)}{(10 \times 3 \times 6 \times 1) \left(\frac{6}{3} \right)} = 2.4$$



پرسش: اگر ضریب اصطکاک بین سازه و خاک برابر $\tan \delta = 0.5$ باشد، ضریب اطمینان سد در برابر لغزش چقدر است؟

۱۲۶- گزینه ۲ صحیح می‌باشد.

با ترسیم دیاگرام آزاد دریچه و نوشتن رابطه تعادل لنگرها حول لولای A خواهیم داشت:

$$\sum M_A = 0 \rightarrow F_{H(1)} \times AC = F_{H(2)} \times AD + F \times AB$$

$$F_{H(1)} = P_G A, P_G = -15 + (8 - 1.5) \times 10 = 50 \text{ kPa}$$

$$\rightarrow F_{H(1)} = (50)(3 \times 2) = 300 \text{ KN}$$

$$F_{H(2)} = P_G A \text{ و } P_G = 1.5 \times 0.8 \times 10 = 12 \text{ kPa}$$

$$\rightarrow F_{H(2)} = (12)(3 \times 2) = 72 \text{ KN}$$

$$AC = 1.5 + (y_p - \bar{y}) = 1.5 + \frac{I_G}{A\bar{y}} = 1.5 + \frac{\frac{1}{12}(2)(3^3)}{(3 \times 2)\left(\frac{50}{10}\right)} = 1.65 \text{ m}$$

$$AD = 1.5 + (y_p - \bar{y}) = 1.5 + \frac{I_G}{A\bar{y}} = 1.5 + \frac{\frac{1}{12}(2)(3^3)}{(3 \times 2)\left(\frac{12}{8}\right)} = 2 \text{ m}$$

(از ابتدا نیز معلوم بود که بایستی $AD = 2 \text{ m}$ باشد.)

حال با جایگذاری در رابطه تعادل لنگرها خواهیم داشت:

$$F = \frac{300 \times 1.65 - 72 \times 2}{3} = 117 \text{ KN}$$

تذکر: این مسئله را ساده‌تر نیز می‌توانستیم حل کنیم. (به راه حل ساده‌تر فکر کنید.)

۱۲۷- گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

به علت تقارن، نیروی افقی هیدرواستاتیک وارد بر لوله صفر است و تنها نیروی قائم هیدرواستاتیک که ناشی از وزن آب است بر لوله وارد می‌شود. در واحد طول لوله (1m) خواهیم داشت.

$$F_V = \gamma V = (10) \left(\frac{1}{2} \times \pi \times 1^2 \right) = 5\pi \xrightarrow{\pi=3} F_V = 15 \text{ KN}$$

پرسش: برآیند نیروهای هیدرواستاتیک وارد بر یک نیمه (مثلاً نیمه سمت راست) از لوله زهکش چقدر است؟

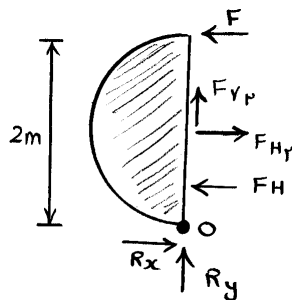
۱۲۸- گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

ابتدا دیاگرام آزاد دریچه را ترسیم می‌کنیم. در این حالت توجه داریم که به علت عمود بودن جزء نیروهای عمودی فشار بر دریچه نیم دایره‌ای برآیند آن‌ها از مرکز دایره خواهد گذشت، بنابراین می‌توان نیروهای هیدرواستاتیک حاصل از آن‌ها یعنی F_H و F_V را به مرکز دایره منتقل کرد. حال اگر رابطه تعادل لنگرها حول لولای O نوشته شود، خواهیم داشت:

$$\sum M_o = 0 \rightarrow F \times 2 = F_{H(2)} \times 1 - F_{H(1)} \times \frac{1}{3}$$

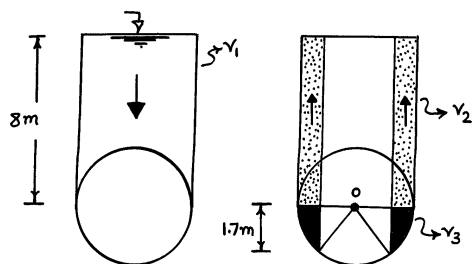
$$F_{H_1} = \bar{h}A = (10)(0.5)(6 \times 1) = 30 \text{ KN}, F_{H_2} = (10)(1)(6 \times 2) = 120 \text{ KN}$$

$$\rightarrow F = \frac{120 \times (1) - 30 \times \left(\frac{1}{3}\right)}{2} = 55 \text{ KN}$$



۱۲۹- گزینه ۳ صحیح می باشد.

$$F_v = \gamma V = \gamma [V_1 - 2(V_2 + V_3)]$$



$$v_1 = 3 \times \left[(8 \times 4) - \left(\frac{1}{2} \times \pi \times 2^2 \right) \right] = 78 \text{ m}^3$$

$$v_2 = 3 \times [8 \times (2 - 2 \cos 60)] = 24 \text{ m}^3$$

$$v_3 = 3 \times \left[\left(\frac{1}{6} \times \pi \times 2^2 \right) - \left(\frac{1}{2} \times 2 \cos 60 \times 1.7 \right) \right] = 3.45$$

$$F_v = 10 \times [78 - 2 \times (24 + 3.45)] = 231 \text{ KN}$$

۱۳۰- گزینه ۳ صحیح می باشد.

با ترسیم دیاگرام آزاد دریچه و انتقال نیروهای هیدرواستاتیک (F_v, F_H) به مرکز دایره، مشابه با تست (۱۲۸) خواهیم داشت:

$$\sum M_A = 0 \rightarrow F_{H(1)} \times \left(\frac{2R}{3} \right) = F \times (R) \rightarrow$$

$$F = \frac{2}{3} F_{H(1)} \text{ و } F_{H(1)} = \gamma \bar{h}A = \frac{1}{2} \gamma R^2 \rightarrow F = \frac{1}{3} \gamma R^2$$

