



موسسه آموزش عالی آزاد

با مجوز رسمی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

**آزمون آزمایشی تحصیلات تکمیلی**

**(دوره‌های کارشناسی ارشد)**

**سال ۱۳۸۹**

**آزمون ۲۵ درصد اول**

**دفترچه حل تشریحی**

**عمران**

**کد ( ۱۲۶۴ )**

- ۱- گزینه ۱ درست است.
- ۲- گزینه ۳ درست است.
- ۳- گزینه ۳ درست است.
- ۴- گزینه ۱ درست است.
- ۵- گزینه ۳ درست است.
- ۶- گزینه ۱ درست است.
- ۷- گزینه ۳ درست است.
- ۸- گزینه ۱ درست است.
- ۹- گزینه ۲ درست است.
- ۱۰- گزینه ۲ درست است.
- ۱۱- گزینه ۲ درست است.
- ۱۲- گزینه ۱ درست است.
- ۱۳- گزینه ۳ درست است.
- ۱۴- گزینه ۱ درست است.
- ۱۵- گزینه ۲ درست است.
- ۱۶- گزینه ۴ درست است.

همان طور که در متن آمده در سدهای بتنی و سدهای با مصالح بنایی می توان از سرریز آزاد استفاده نمود همین طور در سدهای خاکی می توان یک سر ریز آزاد بتنی ایجاد کرد.

۱۷- گزینه ۳ درست است.

متن این سوال می پرسد که یک سر ریز آزاد باید چه کاری را انجام دهد. گزینه سوم بیان می دارد که این سر ریز باید دارای مقطعی باشد که باعث ایجاد تیغه آب در زیر یک طرف سر ریز گردد که این مطلب در متن آمده است. گزینه اول بر خلاف متن که اشاره می کند آب باید هر چه می تواند آرام عبور کند سریع بودن تخلیه آب را مد نظر دارد و گزینه دوم می گوید که آب باید از سر ریز سقوط کند که متن این موضوع را سبب صدمه ناشی از کاویتاسیون می داند گزینه چهارم نیز پدیده کاویتاسیون را مطلوب توصیف می کند بنابراین گزینه های اول، دوم و چهارم صحیح نیستند.

۱۸- گزینه ۴ درست است.

این سوال، این پرسش را مطرح می نماید که در سر ریزها آب چگونه عبور می کند؟ همان طور که در خط اول نیز به طور واضحی آمده است آب یا سیلاب از روی سد، داخل سد و یا اطراف سد توسط سر ریز عبور داده می شود.

۱۹- گزینه ۱ درست است.

کلمه "crucial" به معنی بحرانی می باشد که مترادف گزینه اول است.

۲۰- گزینه ۱ درست است.

در این سوال این پرسش مطرح گشته است کدام گزینه از BIM استفاده نمی‌کند که بهترین جواب گزینه اول به معنای مالکین ساختمان‌ها می‌باشد زیرا سایر گزینه در متن به آن‌ها اشاره شده است اما نامی از مالکین نیامده است.

۲۱- گزینه ۴ درست است.

متن سوال، این سوال را می‌پرسد که هدف BIM در حرفه ساخت و ساز چیست؟ و جواب آن همان طور که در ابتدای پارگراف سوم آمده است این است که تلاش کل مهندسين سازه را در یک پروژه خاص با هزینه معین کاهش دهد بنابراین جواب صحیح گزینه چهارم می‌باشد.

۲۲- گزینه ۴ درست است.

این سوال، این پرسش را مطرح می‌نماید که کدام گزینه به یک صنعتی که روش مدل سازی "object – base" را استفاده می‌کند تبدیل نشده است که جواب آن گزینه چهارم یعنی حرفه مهندسی سازه است زیرا همان طور که در پارگراف دوم است سایر گزینه‌ها به چنین صنعتی تبدیل شده‌اند.

۲۳- گزینه ۳ درست است.

این سوال در این مورد است که کدام گزینه درباره این متن درست است. همان طور که در پارگراف چهارم آمده استفاده از (BIM) می‌تواند باعث کاهش انبار کردن مصالح شود بنابراین گزینه سوم درست است.

گزینه اول به این دلیل صحیح نیست که همان طور که در پارگراف اول آمده (BIM) در مهندسی، در ساخت و ساز و در مدیریت امکالت نیز کاربرد دارد گزینه دوم به این دلیل نادرست است همان طور که در پارگراف دوم آمده (BIM) در مهندسی سازه اقتصادی می‌باشد و گزینه چهارم به این دلیل صحیح نیست که در پارگراف چهارم آمده است که حتی شرکت‌هایی که از (BIM) دوری می‌کنند نیز ناچار به سرمایه گذاری در آن خواهند شد.

۲۴- گزینه ۱ درست است.

این سوال از شما می‌پرسد که این پدیده که منجر به صعود یا نزول یک مایع در یک لوله با قطر کوچک در اثر قرار دادن آن لوله در مایع می‌شود چه نام دارد که واضح است که این پدیده موئینگی و جواب سوال گزینه اول است. سایر گزینه‌ها به ترتیب به معنای پدیده شناوری، پدیده انحناء و پدیده لایه مرزی می‌باشند.

۲۵- گزینه ۳ درست است.

ترجمه صورت سوال از این قرار است که: کمیتی که بیانگر تغییرات دانسیته یک سیال با تغییر کردن دما در فشار ثابت می‌باشد چه نام دارد که گزینه صحیح گزینه دوم به معنای ضریب تراکم حجمی می‌باشد.

گزینه اول به معنای لزجت گزینه دوم به معنای مدول الاستیسیته حجمی که عکس ضریب تراکم حجمی است و گزینه چهارم به معنای تراکم پذیری ایزوترمال، صحیح نیستند.

۲۶- گزینه ۳ درست است.

الف) بررسی گزینه صحیح: متن سوال می‌گوید: کانال‌های باز طوری طراحی شده‌اند که آب را تحت شرایط ... منتقل نمایند. که بدیهی است جواب صحیح فشار اتمسفر است زیرا همان طور که از نام این کانال‌ها بر می‌آید باز هستند و در معرض هوای آزاد می‌باشند.

ب) بررسی سایر گزینه‌ها: گزینه‌های اول و دوم از خواص هر جریانی می‌باشند و گزینه چهارم به معنای جریان آب بالا دست می‌باشد که ارتباطی به این سوال ندارند.

۲۷- گزینه ۲ درست است.

صورت سوال بیان می‌دارد که فاضلاب‌هایی که از مناطق مسکونی و تجاری تخلیه می‌شوند چه نامیده می‌شود؟ که طبیعتاً گزینه دوم به معنای فاضلاب خانگی جواب این سوال می‌باشد. گزینه چهارم به معنای فاضلاب صنعتی و گزینه‌های اول و سوم به ترتیب به معنای مجرای فاضلاب خانگی (بهداشتی) و مجرای فاضلاب بارندگی، غلط هستند.

۲۸- گزینه ۱ درست است.

صورت سوال بیان می‌دارد که پروفیل آبگذر سر پوشیده معمولاً با پروفیل معکوس کانال طبیعی و سطح مقطع ... تعیین می‌شود که جواب صحیح گزینه اول به معنای مجرای مجرا می‌باشد. گزینه دوم چون به معنای کانال خاکی است غلط می‌باشد و سایر گزینه‌ها نیز به ترتیب به معنای تراز و رسوب گذاری می‌باشند.

۲۹- گزینه ۴ درست است.

نکات قابل توجه در متن سوال آن است که منطقه مورد نظر محلی است که در آن کشتی‌ها برای تخلیه، انبار و بارگیری مجدد کالاها بدون هزینه گمرکی پهلو می‌گیرند که واضح است که چنین منطقه‌ای یک بندر آزاد می‌باشد سایر گزینه‌ها به ترتیب به معنای بندر نظامی، بندر مجازی و بندر اقتصادی می‌باشند.

۳۰- گزینه ۴ درست است.

این سوال نزدیک‌ترین مترادف برای کلمه "Foul water" به معنی فاضلاب را در بین گزینه‌ها جستجو می‌نماید. که جواب آن گزینه چهارم به همین معنی می‌باشد سایر گزینه‌ها به ترتیب به معنی آدم رو، فاضلابرو و آلودگی می‌باشد.

## ریاضی

۳۱- گزینه ۳ درست است.

$$z^4 - 2z^2 + 4 = 0 \rightarrow z^2 = 1 \pm \sqrt{1-4} = 1 \pm \sqrt{3}i = 2e^{i\frac{\pi}{3}}, 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$$

حال می‌توان گفت:

$$\text{اگر } z^2 = 2e^{i\frac{\pi}{3}} \rightarrow z = \sqrt{2} e^{i\frac{\frac{\pi}{3} + 2k\pi}{2}}$$

$$\text{اگر } z^2 = 2e^{-i\frac{\pi}{3}} \rightarrow z = \sqrt{2} e^{-i\frac{\frac{\pi}{3} + 2k\pi}{2}}$$

از رابطه اول به ازا  $k=0$  بدست می‌آید:

$$z = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{6}} = \sqrt{2} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2} \right) = \frac{\sqrt{6}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$$

که مطابق گزینه سوم است.

۳۲- گزینه ۲ درست است.

حد مذکور مبهم از نوع  $1^\infty$  است و داریم:

$$\ln I = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln \left( \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - 3x + 7} \right)}{\frac{1}{x}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{H} \ln I = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+5)(x^2-3x+7) - (2x-3)(x^2+5x+4)}{(x^2-3x+7)^2} \cdot \frac{-1}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-8x^2 + \dots}{(x^2 - 3x + 7)^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-8x^2 + \dots}{(x^2 - 3x + 7)^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 + \dots}{(x^2 - 3x + 7)^2} = 8$$

پس داریم  $I \cong e^8$

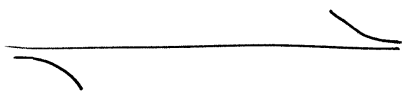
۳۳- گزینه ۲ درست است.  
با استفاده از قاعده هم‌ارزی داریم:

$$I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \left( (3x) - \frac{(3x)^3}{3!} \dots \right) - 3 \left( (2x) - \frac{(2x)^3}{3!} \dots \right)}{5x - \left( (5x) - \frac{(5x)^3}{3} \dots \right)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left( -\frac{2(3)^3}{3!} + \frac{3(2)^3}{3!} \right) x^3}{\frac{(5)^3}{3} x^3} = -\frac{3}{25}$$

۳۴- گزینه ۱ درست است.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{\frac{1}{x}} = 2^{\frac{1}{+\infty}} = 2^{0^+} = 1^+ \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} 2^{\frac{1}{x}} = 2^{\frac{1}{-\infty}} = 2^{0^-} = 1^- \end{cases}$$

پس رفتار تابع در اطراف مجانب افقی  $y=1$  چنین است:

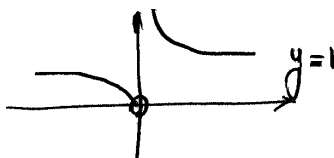


$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} 2^{\frac{1}{x}} = 2^{0^+} = 2^{+\infty} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} 2^{\frac{1}{x}} = 2^{0^-} = 2^{-\infty} = 0^+ \end{cases}$$

پس رفتار تابع در اطراف مجانب قائم  $x=0$  چنین است:



در حقیقت نمودار تابع موردنظر به فرم زیر می‌باشد:



۳۵- گزینه ۲ درست است.

$$L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = t+1 \\ y = 2t+1 \\ z = 3t+1 \end{cases}$$

$$L_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-0}{0} \Rightarrow \begin{cases} x = 2m+2 \\ y = m+1 \\ z = 0 \end{cases}$$

در نقطه تقاطع باید داشته باشیم (اگر دستگاه زیر جواب نداشته باشد یعنی دو خط همدیگر را قطع نمی‌کنند).

$$\begin{cases} t+1 = 2m+2 \\ 2t+1 = m+1 \\ 3t+1 = 0 \end{cases} \Rightarrow t = \frac{-1}{3}, m = \frac{-2}{3}$$

لذا طول نقطه تقاطع چنین است:

$$x = t+1 \Big|_{t=\frac{-1}{3}} = 2m+2 \Big|_{m=\frac{-2}{3}} = \frac{2}{3}$$

۳۶- گزینه ۳ درست است.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x+y)^3}{x^2+y^2} = \frac{0}{0} \longrightarrow \lim_{r \rightarrow 0, \theta \text{ دلخواه}} \frac{(r \cos \theta + r \sin \theta)^3}{r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta} = \lim_{r \rightarrow 0, \theta \text{ دلخواه}} \frac{r^3 (\cos \theta + \sin \theta)^3}{r^2}$$

$$= \lim_{r \rightarrow 0, \theta \text{ دلخواه}} r (\cos \theta + \sin \theta)^3$$

چون  $(\cos \theta + \sin \theta)^3$  به ازاء همه مقادیر  $\theta$  کراندار است و  $r \rightarrow 0$  پس حاصل حد فوق موجود و برابر صفر است.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x + y} = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x-y)(x+y)}{x+y} = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x-y) = 0$$

پس گزینه سوم درست است.

۳۷- گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} z_x = z_u(3) + z_v(1) \\ z_y = z_u(1) + z_v(1) \\ z_{xx} = 3(z_{uu}(3) + z_{uv}(1)) + (z_{vu}(3) + z_{vv}(1)) \\ z_{xy} = 3(z_{uu}(1) + z_{uv}(1)) + (z_{vu}(1) + z_{vv}(1)) \\ z_{yy} = (z_{uu}(1) + z_{uv}(1)) + (z_{vu}(1) + z_{vv}(1)) \end{cases}$$

این عبارت را داخل معادله  $z_{xx} - 4z_{xy} + 3z_{yy} = 0$  قرار می دهیم:

$$(9z_{uu} + 6z_{uv} + z_{vv}) - 4(3z_{uu} + 4z_{uv} + z_{vv}) + 3(z_{uu} + 2z_{uv} + z_{vv}) = 0 \rightarrow z_{uv} = 0$$

۳۸- گزینه ۱ درست است.

$$\text{grad } f = yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$$

$$\text{grad } f(-1, 1, 3) = 3\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$$

$$\vec{\lambda}_{\vec{u}} = \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} = \frac{\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}}{3}$$

$$\text{مشتق سویی مورد نظر} = (3\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - \mathbf{k}) \cdot \left( \frac{\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}}{3} \right) = \frac{3+6-2}{3} = \frac{7}{3}$$

۳۹- گزینه ۳ درست است.

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \rightarrow \nabla^4 u = \nabla^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = 0$$

۴۰- گزینه ۴ درست است.

$$\theta = \text{Arc tan } \frac{y}{x} \rightarrow \vec{\nabla} \theta = \frac{\partial \theta}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \theta}{\partial y} \mathbf{j} = \frac{-\frac{y}{x^2}}{1 + \frac{y^2}{x^2}} \mathbf{i} + \frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{y^2}{x^2}} \mathbf{j} = \frac{-y}{x^2 + y^2} \mathbf{i} + \frac{x}{x^2 + y^2} \mathbf{j} = \frac{-r \sin \theta}{r^2} \mathbf{i} + \frac{r \cos \theta}{r^2} \mathbf{j}$$

$$= -\frac{\sin \theta}{r} \mathbf{i} + \frac{\cos \theta}{r} \mathbf{j}$$

$$|\vec{v}_\theta| = \sqrt{\left(\frac{-\sin\theta}{r}\right)^2 + \left(\frac{\cos\theta}{r}\right)^2} = \sqrt{\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{r^2}} = \frac{1}{r}$$

$$\tan \alpha = \frac{\cos \frac{\theta}{r}}{-\sin \frac{\theta}{r}} = -\cot \frac{\theta}{r} = \tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\theta}{r}\right) \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta}{r}$$

لذا گزینه چهارم درست است.

۴۱- گزینه ۳ درست است.

چون  $\lambda = 4$  مقدار ویژه ماتریس است پس باید:

$$|A - 4I| = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} -3 & k & 3 \\ -k & -2 & -k \\ 1 & k & -1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow -3(2+k^2) - k(k+k) + 3(-k^2+2) = 0$$

$$\rightarrow -6 - 3k^2 - 2k^2 - 3k^2 + 6 = 0 \rightarrow -8k^2 = 0 \rightarrow k = 0$$

پس بردار ویژه نظیر  $\lambda = 4$  چنین به دست می آید:

$$(A - 4I)X = 0 \rightarrow \begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} -3\alpha + 3\gamma = 0 \\ -2\beta = 0 \\ \alpha - \gamma = 0 \end{cases} \rightarrow \alpha = \gamma, \beta = 0$$

یعنی داریم:

$$X = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

۴۲- گزینه ۱ درست است.

$$\vec{r}(t) = t^2\mathbf{i} + t^3\mathbf{j} + t^4\mathbf{k}$$

$$\vec{r}'(t) = \vec{v}(t) = 2t\mathbf{i} + 3t^2\mathbf{j} + 4t^3\mathbf{k}$$

$$\vec{r}''(t) = \vec{a}(t) = 2\mathbf{i} + 6t\mathbf{j} + 12t^2\mathbf{k}$$

$$(\vec{v} \times \vec{a}) \Big|_{t=1} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 6 & 12 \end{vmatrix} = 12\mathbf{i} - 16\mathbf{j} + 6\mathbf{k} \equiv (6, -8, 3)$$

بردار فوق راستای بردار یکه قائم بر منحنی در  $t=1$  را نشان می دهد که همان نرمال صفحه بوسان منحنی در نقطه مذکور است.

۴۳- گزینه ۴ درست است.

$$y = \cosh x \rightarrow y' = \sinh x \rightarrow y'' = \cosh x$$

$$k(x) = \frac{|y''|}{(1+(y')^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{|\cosh x|}{(1+\sinh^2 x)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\cosh x}{\cosh^3 x} = \frac{1}{\cosh^2 x}$$

$$R(x) = \frac{1}{k(x)} = \frac{1}{\frac{1}{\cosh^2 x}} = \cosh^2 x = y^2$$

۴۴- گزینه ۳ درست است.

$$x \frac{dy}{dx} = 4y \rightarrow \frac{dy}{y} = 4 \frac{dx}{x} \xrightarrow{\int} \ln y = \ln x^4 + \ln C \rightarrow y = Cx^4$$

شرط  $y(0)=1$  به ازاء هیچ  $C$  ای قابل ارضاء شدن نمی باشد لذا گزینه سوم درست است.

۴۵- گزینه ۲ درست است.

$$f(t) = 2u_1(t) - 3u_2(t) + 3u_4(t) \rightarrow F(S) = \frac{2e^{-1S}}{S} - \frac{3e^{-2S}}{S} + \frac{3e^{-4S}}{S}$$

$$= \frac{2e^{-S} - 3e^{-2S} + 3e^{-4S}}{S}$$

۴۶- گزینه ۲ درست است.

$$I(t) = u_a(t) * f(t) = \int_0^t u_a(\lambda) f(t-\lambda) d\lambda$$

$$\text{اگر } t < a \rightarrow I(t) = 0$$

$$t > a \rightarrow I(t) = \int_0^a u_{a_0}(\lambda) f(t-\lambda) d\lambda + \int_0^t u_{a_1}(\lambda) f(t-\lambda) d\lambda$$

$$= \int_0^t f(t-\lambda) d\lambda$$

۴۷- گزینه ۱ درست است.

$$L^{-1}\left(\frac{1}{S^2+S-2}\right) = L^{-1}\left(\frac{1}{(S+2)(S-1)}\right) = L^{-1}\left(\frac{1}{3}\left(\frac{1}{S-1} - \frac{1}{S+2}\right)\right) = \frac{1}{3}(e^t - e^{-2t})$$

حال طبق قضیه دوم انتقال می توان نوشت:

$$f(t) = L^{-1}\left(e^{-2S} \frac{1}{S^2+S-2}\right) = u_2(t) \frac{1}{3}(e^{t-2} - e^{-2(t-2)})$$

داریم:

$$f(3) = u_2(3) \frac{1}{3}(e^{3-2} - e^{-2(3-2)}) = \frac{1}{3}\left(e - \frac{1}{e^2}\right)$$

۴۸- گزینه ۴ درست است.

نقاط تکین  $F(S)$  عبارتند از:

$$S^2 + S - 2 = 0 \rightarrow S = 1, -2$$

و چون  $F(S)$  در سمت راست محور عمودی دارای نقطه تکین است. لذا  $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$  موجود نمی باشد و گزینه چهارم درست است.

دقت کنید اگر به اشتباه از قضیه مقدار نهایی استفاده کنیم داریم:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{S \rightarrow 0} SF(S) = \lim_{S \rightarrow 0} S \frac{e^{-2S} + e^{-S}}{S^2 + S - 2} = 0$$

که اشتباه می باشد (در حقیقت اگر  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$  موجود بود حاصلش 0 می شد).

۴۹- گزینه ۴ درست است.

می دانیم:

$$\int_0^t \lambda y(t-\lambda) \sin \lambda d\lambda = t \sin t * y(t)$$

$$L(t \sin t) = -\frac{d}{dS}(L(\sin t)) = -\frac{d}{dS}\left(\frac{1}{S^2+1}\right) = \frac{2S}{(S^2+1)^2}$$

لذا معادله داده شده چنین بیان می شود:

$$y(t) + (t \sin t * y(t)) = 1 \xrightarrow{L} Y(S) + \frac{2S}{(S^2+1)^2} \cdot Y(S) = \frac{1}{S} \Rightarrow Y(S) \left(1 + \frac{2S}{(S^2+1)^2}\right) = \frac{1}{S} \Rightarrow$$

$$Y(S) \left( \frac{(S^2+1)^2 + 2S}{(S^2+1)^2} \right) = \frac{1}{S} \Rightarrow Y(S) = \frac{S^4 + 2S^2 + 1}{S^5 + 2S^3 + 2S^2 + S}$$

۵۰- گزینه ۲ درست است.

$$L(f'(t)) = \int_0^{\infty} e^{-St} f'(t) dt = \int_0^{a^-} e^{-St} f'(t) dt + \int_{a^+}^{\infty} e^{-St} f'(t) dt$$

طبق روش جزء به جزء داریم.

مشتق	انتگرال
$e^{-st}$	$f'(t)$
	+
$-se^{-st}$	$\xrightarrow{-f}$
	$f(t)$

$$\begin{aligned} L(f'(t)) &= \left( e^{-St} f(t) \right) \Big|_0^{a^-} - \int_0^{a^-} -S e^{-St} f(t) dt \\ &+ \left( e^{-St} f(t) \right) \Big|_{a^+}^{\infty} - \int_{a^+}^{\infty} -S e^{-St} f(t) dt \\ &= e^{-Sa} f(a^-) - f(0) + e^{-S\infty} f(\infty) - e^{-Sa} f(a^+) \\ &- \int_0^{\infty} -S e^{-St} f(t) dt \end{aligned}$$

با فرض آن که  $f$  هم‌مرتبۀ نمایی باشد داریم  $e^{-S\infty} f(\infty) = 0$  لذا

$$L(f'(t)) = -e^{-Sa} (f(a^+) - f(a^-)) - f(0) + SF(S)$$

### مکانیک جامدات (مقاومت مصالح و تحلیل سازه‌ها)

۵۱- گزینه ۴ درست است.

$$\begin{cases} \sigma_x + \sigma_y = \sigma_{\max} + \sigma_{\min} \\ \sigma_{\max} = 2\sigma_{\min} \end{cases} \Rightarrow 100 + 80 = 3\sigma_{\min} \Rightarrow \sigma_{\min} = 60 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{\max} = 120 \text{ kPa}$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{120 - 60}{2} = 30 \text{ kPa}$$

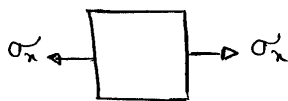
۵۲- گزینه ۳ درست است.

طول تسمه بعد از کشیده شدن دور استوانه، با محیط استوانه برابر می‌شود. لذا داریم:

$$L_1 = 125 \text{ cm}$$

$$L_2 = \pi D (\text{استوانه}) = 3.14 \times 40 = 125.6 \text{ cm} \Rightarrow \Delta L = 0.6 \text{ cm}$$

اما اگر المانی در طول این تسمه در نظر بگیریم، این المان به صورت زیر بارگذاری خواهد شد. بنابراین کرنش‌ها در جهات  $x$  و  $y$  همان کرنش‌های اصلی می‌باشند. داریم:



$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_x = \frac{\Delta L}{L_1} = \frac{0.6}{125} = 4.8 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{\min} = \varepsilon_y = -\nu \varepsilon_x = -0.25 \times (4.8 \times 10^{-3}) = -1.2 \times 10^{-3}$$



با توجه به روابط دایره مور کرنش‌ها، می‌توان نوشت:

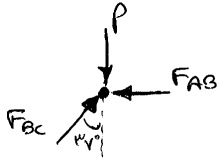
$$\frac{1}{2} \gamma_{\max} = \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{2} = \frac{4.8 \times 10^{-3} - (-1.2 \times 10^{-3})}{2} \Rightarrow \gamma_{\max} = 6 \times 10^{-3} \text{ (rad)}$$

۵۳- گزینه ۴ درست است.

با بررسی تعادل نیروها در گره B، نیروی هر عضو را می‌یابیم:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P = F_{BC} \times \cos 37^\circ = 0.8 F_{BC} \Rightarrow F_{BC} = \frac{5P}{4}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{AB} = F_{BC} \times \sin 37^\circ = 0.6 F_{BC} \Rightarrow F_{AB} = \frac{3P}{4}$$



اکنون با در نظر گرفتن اینکه اتصالات A و C به صورت دو برشه عمل می‌کنند، می‌توان نوشت:

$$\tau \Rightarrow \begin{cases} A: \tau = \frac{\frac{F_{AB}}{2}}{A_{\text{(pin)}}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{3P}{4}}{\frac{\pi D_1^2}{4}} = \frac{3P}{2\pi D_1^2} \\ C: \tau = \frac{\frac{F_{BC}}{2}}{A_{\text{(pin)}}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{5P}{4}}{\frac{\pi D_2^2}{4}} = \frac{5P}{2\pi D_2^2} \end{cases}$$

تنش‌های برشی به دست آمده در بالا، باید از تنش برشی مجاز داده شده برای پین کمتر باشند. لذا داریم:

$$\tau_A \leq \tau_{\text{all}} \Rightarrow \frac{3P}{2\pi \times 6^2} \leq 1000 \Rightarrow P \leq 24\pi \text{ (ton)}$$

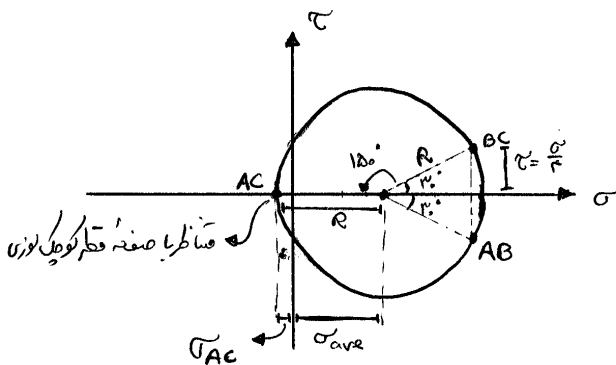
$$\tau_C \leq \tau_{\text{all}} \Rightarrow \frac{5P}{2\pi \times 10^2} \leq 1000 \Rightarrow P \leq 40\pi \text{ (ton)}$$

کمترین مقدار P در دو نامساوی به دست آمده، حداکثر نیروی قابل اعمال به سازه می‌باشد.

$$P_{\max} = 24\pi \text{ (ton)}$$

۵۴- گزینه ۲ درست است.

با توجه به صفحات AB و BC، دایره مور المان به صورت زیر قابل ترسیم است.



$$R = 2\tau_{BC} = 2 \times \frac{\sigma}{4} = \frac{\sigma}{2}$$

$$\sigma_{\text{ave}} = \sigma - R \cos 30^\circ = \sigma - \frac{\sigma}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sigma \left( 1 - \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$$

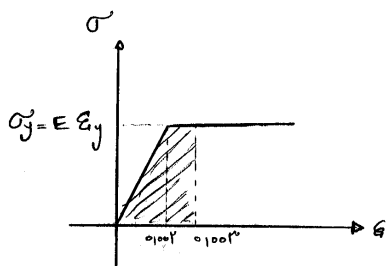
$$\begin{cases} \sigma_{AC} = R - \sigma_{\text{ave}} = \frac{\sigma}{2} - \sigma \left( 1 - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{\sigma}{2} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right) \\ \tau_{AC} = 0 \end{cases}$$

۵۵- گزینه ۲ درست است.

سطح زیر نمودار تنش - کرنش، انرژی ذخیره شده در واحد حجم می‌باشد. با توجه به اطلاعات داده شده، کرنش میانگین برای این میله برابر است با:

$$\varepsilon_L = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{0.06}{20} = 0.003$$

بنابراین سطح هاشور زده در شکل مقابل، همان انرژی ذخیره شده در واحد حجم میله می‌باشد:



$$\begin{aligned} \sigma_y &= E \epsilon_y \\ &= (200 \times 10^3) \times 0.002 = 400 \text{ (MPa)} \end{aligned}$$

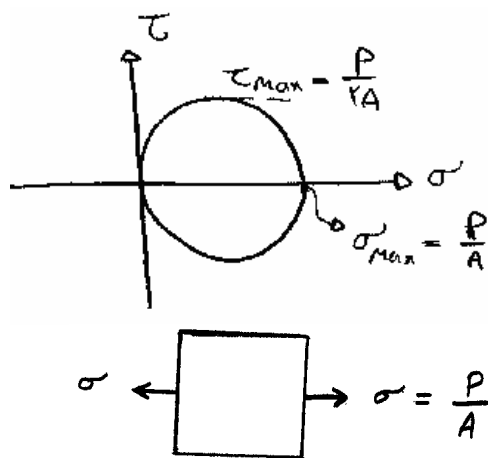
$$\begin{aligned} E_0 = S &= \text{هاشورخوردہ} = \frac{1}{2}(0.001 + 0.003) \times 400 \times 10^6 \\ &= 8 \times 10^5 \frac{\text{N.m}}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

$E_0$ ، انرژی ذخیره شده در واحد حجم است. انرژی ذخیره شده در کل میله برابر است با:

$$E_{\text{کل}} = E_0 V = 8 \times 10^5 \times ((0.25)^2 \times 20) = 10^6 \text{ N.m} = 10^3 \text{ kN.m}$$

۵۶- گزینه ۲ درست است.

اگر المانی در طول این میله انتخاب کنیم، تنش‌های موجود روی صفحات این المان به صورت زیر می‌باشند: بنابراین دایره مور المان به صورت زیر است:



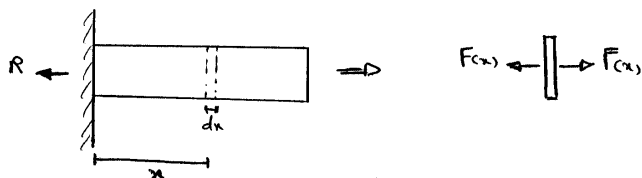
$$\sigma_{\text{max}} \leq \sigma_{\text{all}} \Rightarrow \frac{P}{A} \leq 140 \Rightarrow P \leq 140 \times (5 \times 10)^2 \times 10^{-3} \Rightarrow P \leq 350 \text{ (kN)}$$

$$\tau_{\text{max}} \leq \tau_{\text{all}} \Rightarrow \frac{P}{2A} \leq 90 \Rightarrow P \leq 90 \times (5 \times 10)^2 \times 2 \times 10^{-3} \Rightarrow P \leq 450 \text{ (kN)}$$

برای آنکه هر دو رابطه بالا برقرار باشند، حداکثر نیروی مجاز به اعمال به میله،  $P = 350 \text{ (kN)}$  می‌باشد.

۵۷- گزینه ۱ درست است.

مطابق شکل، المانی به طول  $dx$  و به فاصله  $x$  از تکیه‌گاه گیردار، از این میله در نظر می‌گیریم. با توجه به بارگذاری نشان داده شده، تغییر حجم این المان برابر است با:



$$R = \int_0^L N(x) dx = \int_0^L qx dx = \frac{qL^2}{2}$$

$$F(x) = R - \int_0^x N(x) dx = \frac{qL^2}{2} - \int_0^x qx dx = \frac{qL^2}{2} - \frac{qx^2}{2}$$

$$\begin{cases} \frac{d(\Delta V)}{dV} = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \\ \sigma_x = \frac{F(x)}{A}, \sigma_y = \sigma_z = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{d(\Delta V)}{dV} = \frac{1-2\nu}{E} \left( \frac{F(x)}{A} + 0 + 0 \right)$$

$$d(\Delta V) = \frac{1-2 \times 0.25}{E} \left( \frac{q}{2A} (L^2 - x^2) \right) dV \quad \frac{dV = A dx}{\Rightarrow} \quad d(\Delta V) = \frac{q}{4E} (L^2 - x^2) dx$$

$$\Delta V = \int_0^L d(\Delta V) = \int_0^L \frac{q}{4E} (L^2 - x^2) dx = \frac{qL^3}{6E}$$



۵۸- گزینه ۳ درست است.

المان‌های طولی از مخزن استوانه‌ای جدار نازک، به صورت زیر می‌باشند.

بنابراین تنش‌های اصلی المان، همان  $\sigma_r$ ،  $\sigma_L$  هستند. از طرفی می‌دانیم  $\sigma_r > \sigma_L$  بنابراین:

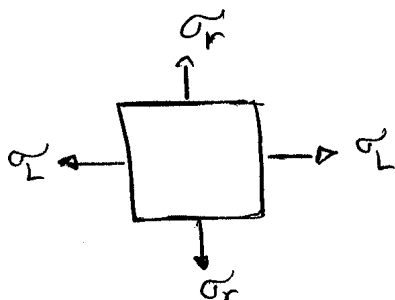
$$\sigma_r = \sigma_{\max} = 300 \text{ kPa}$$

چون گفته شده مخزن استوانه‌ای طویل است،  $\epsilon_L = 0$  می‌باشد. لذا داریم:

$$\epsilon_L = \frac{\sigma_L}{E} - \frac{\nu \sigma_r}{E} = 0 \Rightarrow \sigma_L = \nu \sigma_r = 0.25 \times 300 \Rightarrow \sigma_L = 75 \text{ kPa}$$

بنابراین تنش‌های اصلی این المان  $\sigma_r = 300$  و  $\sigma_L = 75$  می‌باشند، داریم:

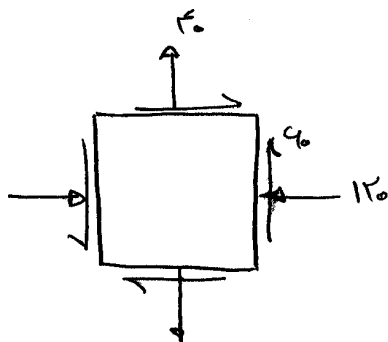
$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{300 - 75}{2} = 112.5 \text{ kPa}$$



۵۹- گزینه ۱ درست است.

تنش برشی روی صفحه ABCD صفر است. پس تنش قائم مجهول روی این صفحه یکی از تنش‌های اصلی المان است. با بررسی شکل مقابل، دو تنش

اصلی دیگر المان را می‌یابیم:



$$R = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4} + \tau_{xy}^2}$$

$$= \sqrt{\frac{(-120 - 40)^2}{4} + 60^2} = 100$$

$$\sigma_{\text{ave}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{-120 + 40}{2} = -40 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = \sigma_{\text{ave}} + R = -40 + 100 = 60 \text{ kPa} \\ \sigma_2 = \sigma_{\text{ave}} - R = -40 - 100 = -140 \text{ kPa} \end{cases}$$

برای آنکه تنش برشی ماکزیمم المان از 200 kPa تجاوز نکند، باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} \frac{60 - \sigma}{2} < 200 \Rightarrow \sigma > -340 \text{ kPa} \\ \frac{\sigma - (-140)}{2} < 200 \Rightarrow \sigma < 260 \text{ kPa} \end{cases} \Rightarrow -340 < \sigma < 260$$

۶۰- گزینه ۴ درست است.

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu \sigma_x}{E} - \frac{\nu \sigma_z}{E} \Rightarrow 0 = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu \sigma_x}{E} - 0 \Rightarrow \sigma_y = \nu \sigma_x$$

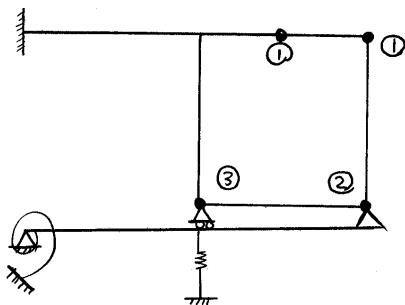
$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu \sigma_y}{E} - \frac{\nu \sigma_z}{E} \Rightarrow \epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu^2 \sigma_x}{E} - 0 \Rightarrow \epsilon_x = \frac{(1 - \nu^2) \sigma_x}{E} \Rightarrow \sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2} \epsilon_x$$

$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu \sigma_x}{E} - \frac{\nu \sigma_y}{E} \Rightarrow \epsilon_z = 0 - \frac{\nu}{E} \left( \frac{E}{1 - \nu^2} \epsilon_x \right) - \frac{\nu}{E} \left( \nu \frac{E}{1 - \nu^2} \epsilon_x \right)$$

$$\Rightarrow \epsilon_z = -\frac{\nu}{1 - \nu} \epsilon_x$$

۶۱- گزینه ۲ درست است.

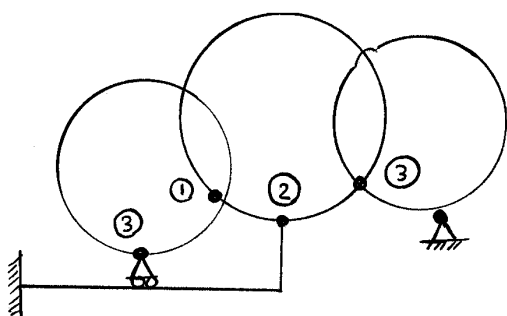
در کابل و فنر داخلی همواره یک نیروی داخلی به صورت مجهول وجود دارد، همچنین در فنر پیشی داخلی نیز همواره یک لنگر به صورت مجهول وجود دارد لذا می‌توان آنها را از سیستم حذف نمود و ۳ واحد به درجات نامعینی سیستم افزود.



$$DI = 3 + (3 \times 8 + 7) - (3 \times 7 + 7) = 6$$

$$M = 8, R = 7, N = 7, C = 7$$

۶۲- گزینه ۲ درست است.



$$DI = (3M + R) - (3N + C)$$

$$M = \text{تعداد اعضاء} = 12$$

$$R = \text{تعداد واکنش‌ها} = 5$$

$$N = \text{تعداد گره‌ها} = 8$$

$$C = 9$$

$$DI = (3 \times 12 + 5) - (3 \times 8 + 9) = 8$$

۶۳- گزینه ۴ درست است.

در این حالت ( $\theta = 0$ ) یک مفصل موهومی در B و یک مفصل در A می‌باشد. در حالی که مفصل سوم تشکیل نمی‌شود چرا که یک عضو کم است.

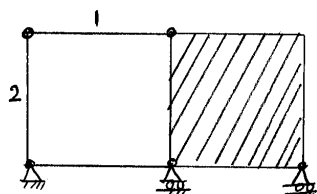
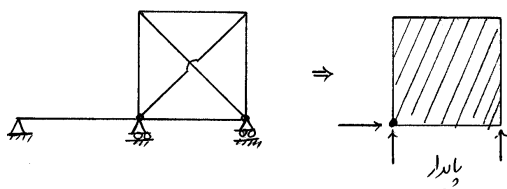
تذکر - محل برخورد تمامی واکنش‌های تکیه‌گاهی در یک مجموعه پایدار داخلی را می‌توان یک مفصل موهومی در نظر گرفت.

روش دوم - بین هر دو مفصل موهومی را می‌توان همانند یک عضو در نظر گرفت در این صورت سیستم از اتصال دو مجموعه توسط دو میله AB و CD تشکیل شده است که این دو میله در نقطه D متقارب می‌باشند لذا سیستم ناپایدار خواهد بود.

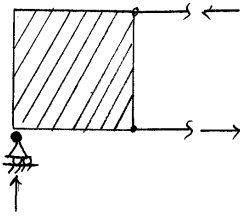
۶۴- گزینه ۲ درست است.

$$M = 17, R = 5, N = 10, C = 18$$

$$DI = (3 \times 17 + 5) - (3 \times 10 + 18) = 8$$



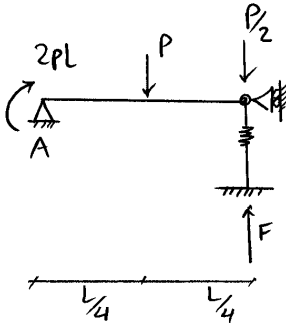
به یک مجموعه پایدار می‌توان یک مفصل را با ۲ عضو غیرهم‌راستا اضافه نمود در حالی که سیستم پایدار باقی بماند.



هم‌اکنون قطعه سمت چپ سیستم را بررسی می‌کنیم. سیستم توسط ۳ واکنش غیر هم‌راستا و غیرمتقارب به زمین و یک سیستم پایدار متصل است.

۶۵- گزینه ۳ درست است.

چون سیستم معین است نیروی فنر به سختی سیستم بستگی ندارد و با معادلات تعادل می‌توان نیروی فنر را به دست آورد. چون سیستم متقارن است می‌توان سازه نیمه را تحلیل کرد.



$$\sum M_A = 0 \rightarrow 2PL + P \times \frac{L}{4} + \frac{P}{2} \times \frac{L}{2} = F \times \frac{L}{2}$$

$$\Rightarrow F = 5P$$

$$\Rightarrow F_s = 2 \times 5P = 10P$$

نکته: در سازه متقارن با بارگذاری متقارن واکنش قائم در تکیه‌گاه میانی روی محور تقارن در سازه اصلی دو برابر سیستم نیمه می‌باشد.

۶۶- گزینه ۲ درست است.

$$V(x) = EIy'''(x)$$

$$y'(x) = -\frac{q_0 L^4}{\pi^4 EI} \times \frac{\pi}{L} \times \left( \cos \frac{\pi x}{L} \right)$$

$$y''(x) = -\frac{q_0 L^4}{\pi^4 EI} \times \frac{\pi^2}{L^2} \times \sin \frac{\pi x}{L}$$

$$y'''(x) = -\frac{q_0 L^4}{\pi^4 EI} \times \frac{\pi^3}{L^3} \times \cos \frac{\pi x}{L} = \frac{q_0 L}{\pi EI} \times \cos \frac{\pi x}{L}$$

$$\Rightarrow V(x) = \frac{q_0 L}{\pi} \cos \frac{\pi x}{L}$$

$$x=0 \rightarrow V(x) = \frac{q_0 L}{\pi}$$

$$x=L \rightarrow V(x) = \frac{-q_0 L}{\pi}$$

$$x = \frac{L}{2} \rightarrow V(x) = 0$$

۶۷- گزینه ۲ درست است.

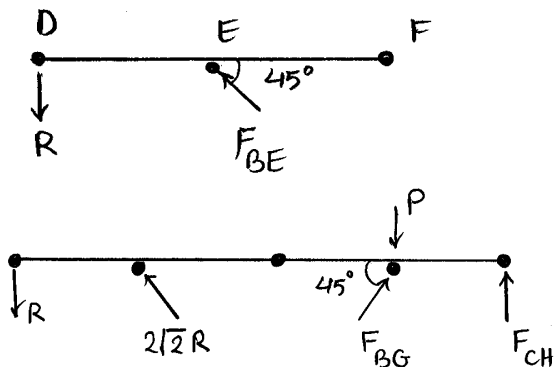
در قطعه DEF

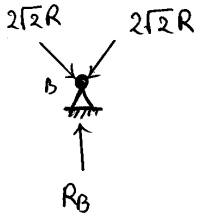
اگر نیروی R را در نظر بگیریم:

$$\sum M_F = 0 \Rightarrow R \times 2L = F_{BE} \sin 45^\circ \times L \Rightarrow F_{BE} = 2\sqrt{2}R$$

در قطعه DEFGH

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{BG} \cos 45^\circ = 2\sqrt{2}R \cos 45^\circ \Rightarrow F_{BG} = 2\sqrt{2}R$$



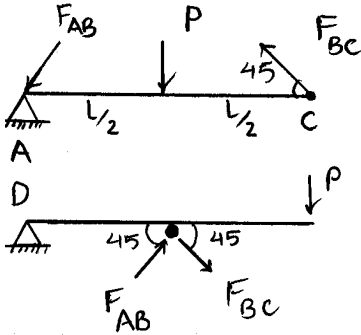


$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_B = 2 \times 2\sqrt{2}R \cos 45 = 4R$$

در کل قاب:

$$\begin{aligned} \sum M_c = 0 &\rightarrow R \times 4L + P \times L - 4R \times 2L = 0 \\ &\Rightarrow R = \frac{P}{4} \end{aligned}$$

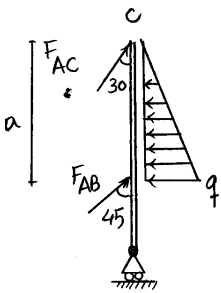
۶۸- گزینه ۱ درست است.



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow P \times \frac{1}{2} = F_{BC} \times \sin 45 \times 1 \Rightarrow F_{BC} = \frac{P\sqrt{2}}{2}$$

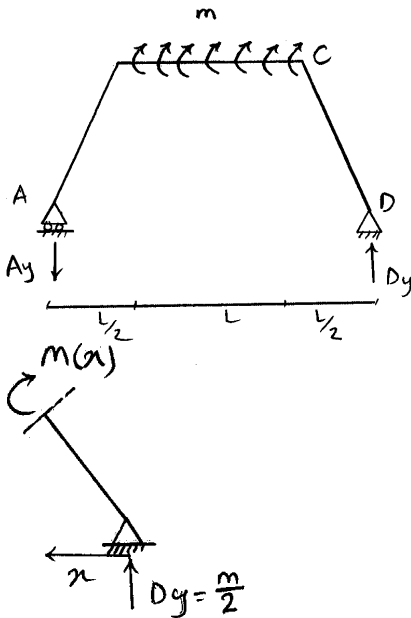
$$\begin{aligned} \sum M_D = 0 &\Rightarrow P + F_{BC} \sin 45 \times \frac{1}{2} - F_{AB} \sin 45 \times \frac{1}{2} = 0 \\ &\Rightarrow F_{AB} = \frac{5\sqrt{2}}{2}P \end{aligned}$$

۶۹- گزینه ۳ درست است.



$$\begin{aligned} \sum M_c = 0 &\rightarrow F_{AB} \sin 45 \times a = q \times \frac{a}{2} \times \frac{2a}{3} \\ &\Rightarrow F_{AB} = \frac{\sqrt{2}}{3}qa \end{aligned}$$

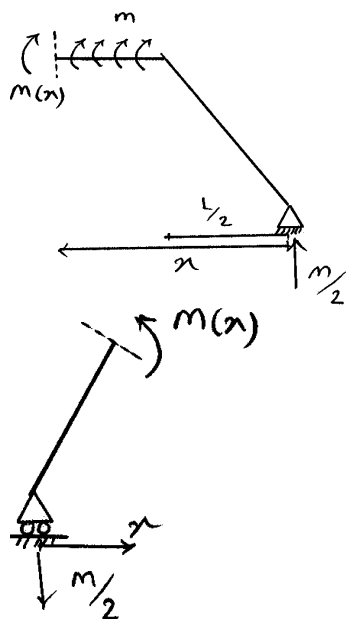
۷۰- گزینه ۳ درست است.



$$\begin{aligned} \sum M_A = 0 &\rightarrow m \times L = D_y \times 2L \\ &\Rightarrow D_y = \frac{m}{2} \end{aligned}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = \frac{m}{2}$$

$$0 \leq x \leq \frac{L}{2} \Rightarrow M(x) = \frac{m}{2}x$$



$$\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{3L}{2} :$$

$$M(x) + m \left( x - \frac{L}{2} \right) - \frac{m}{2} x = 0$$

$$\Rightarrow M(x) = \frac{mL}{2} - \frac{mx}{2}$$

$$0 \leq x \leq \frac{L}{2} \Rightarrow M(x) = -\frac{m}{2} x$$

## مکانیک خاک و پی‌سازی

۷۱- گزینه ۴ درست است.

$$Q = v \cdot A \quad , \quad Q = \frac{V}{t} \quad (\text{حجم } V) \rightarrow \left( \frac{1}{10} \right) = (v) \left( \frac{\pi \times 10^2}{4} \right) \rightarrow v = \frac{4}{3} \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$v_s = \frac{v}{n} \quad , \quad n = \frac{e}{1+e} = \frac{0.5}{1+0.5} = \frac{1}{3} \rightarrow v_s = \frac{\left( \frac{4}{3} \times 10^{-3} \right)}{\left( \frac{1}{3} \right)} = 4 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

۷۲- گزینه ۴ درست است.

پارافین دور تا دور توده خاک را گرفته و زمانی که آن را در ظرف آب قرار می‌دهیم مانع از نفوذ آب به داخل توده خاک می‌شود بنابراین می‌توان گفت افزایش حجم آب درون ظرف مجموع حجم توده خاک و حجم پارافین است. حال با توجه به توضیحات ذکر شده به حل مسأله می‌پردازیم:

$$V_p = \frac{W_p}{\gamma_p} = \frac{8.1}{0.9} = 9 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{خاک}} = 360 - 9 = 351 \text{ cm}^3 \rightarrow \gamma = \frac{W}{V} = \frac{702}{351} = 2 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

$$\gamma = \frac{G_s(1+e)}{1+e} \gamma_w \rightarrow 2 = \frac{2.5(1+0.2)}{1+e} \times 1 \rightarrow e = 0.5 \rightarrow n = \frac{e}{1+e} = \frac{0.5}{1+0.5} = \frac{1}{3} = 0.33$$

۷۳- گزینه ۳ درست است.

$$\text{وضعیت اولیه} \left\{ \begin{array}{l} D_1 = \left( \frac{30}{100} \right) \times 5 = 1.5 \text{ kg} \\ D_2 = \left( \frac{30}{100} \right) \times 5 = 1.5 \text{ kg} \\ D_3 = \left( \frac{40}{100} \right) \times 5 = 2 \text{ kg} \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} D_1 = 1.5 \text{ kg} & \rightarrow D_1 = \left(\frac{1.5}{10}\right) \times 100 = 15\% \\ D_2 = 1.5 + 5 = 6.5 \text{ kg} & \rightarrow D_2 = \left(\frac{6.5}{10}\right) \times 100 = 65\% \\ D_3 = 2 \text{ kg} & \rightarrow D_3 = \left(\frac{2}{10}\right) \times 100 = 20\% \end{cases}$$

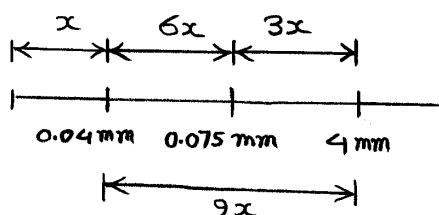
وضعیت جدید

$$P \cdot P_{(1)} = 15\% \quad , \quad P \cdot P_{(2)} = 15\% + 65\% = 80\% \quad , \quad P \cdot P_{(3)} = 15\% + 65\% + 20\% = 100\%$$

بنابراین گزینه ۳ درست است.

۲۴- گزینه ۲ درست است.

اگر درصد وزنی ذرات کوچک‌تر از 0.04mm را با x نشان دهیم، در آن صورت نمودار زیر معرف وضعیت ذرات خاک و فراوانی آن‌ها خواهد بود:



$$P \cdot P_{200} = \left(\frac{x + 6x}{x + 6x + 3x}\right) \times 100 = 70\% \rightarrow C \text{ یا } M$$

$$PI_A = 0.73(LL - 20) = 0.73 \times (40 - 20) = 14.6 < PI = 20 \rightarrow C \text{ بالای خط } A \text{ قرار دارد}$$

$$LL = 40 < 50 \rightarrow L$$

۲۵- گزینه ۱ درست است.

$$G_s = \frac{W_s}{V_s \gamma_w} = \frac{W_s}{W_w} = \frac{400}{780 + 400 - 1020} = 2.5$$

وزن آبی که هم‌حجم دانه‌های جامد خاک است

۲۶- گزینه ۲ درست است.

مقطع (A-A) را با اندیس (1) و مقطع (B-B) را با اندیس (2) نشان می‌دهیم و با به‌کارگیری معادله پیوستگی می‌نویسیم:

$$Q_1 = Q_2 \rightarrow k_1 i_1 A_1 = k_2 i_2 A_2 \rightarrow \frac{i_2}{i_1} = \left(\frac{k_1}{k_2}\right) \left(\frac{A_1}{A_2}\right) \rightarrow \frac{i_2}{i_1} = \left(\frac{k_1}{k_2}\right) \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

$$\frac{i_2}{i_1} = \left(\frac{k}{2k}\right) \left(\frac{3h - 2 \times \frac{h}{3}}{3h - 2 \times \frac{2h}{3}}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{7}{5}\right)^2 = \frac{49}{50} = \frac{98}{100}$$

۲۷- گزینه ۴ درست است.

$$A = \frac{PI}{\text{درصد وزنی ذرات رسی کوچک‌تر از 2 میکرون}} \xrightarrow{\text{ثابت است } A} \frac{(PI)_2}{(PI)_1} = \frac{(\text{درصد رسی})_2}{(\text{درصد رسی})_1}$$

$$\rightarrow 2.5 = \frac{x}{\left(\frac{100}{1000}\right) \times 100} \rightarrow x = 25\% \rightarrow 25 = \left(\frac{100 + m}{1000 + m}\right) \times 100 \rightarrow m = 200 \text{ gr}$$

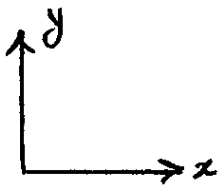
۷۸- گزینه ۱ درست است.

$$(w_s)_1 = (w_s)_2 \rightarrow (\gamma_d)_1 \times V_1 = (\gamma_d)_2 \times V_2 \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{(\gamma_d)_2}{(\gamma_d)_1}$$

$$\begin{cases} V_1 = 10 \text{ m}^3 \\ (\gamma_d)_1 = \frac{\gamma_1}{1 + \omega_1} = \frac{1.65}{1 + 0.1} = 1.5 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} \rightarrow \frac{10}{V_2} = \frac{1.8}{1.5} \rightarrow V_2 = 8.3 \text{ m}^3 \\ (\gamma_d)_2 = \frac{G_s \gamma_w}{1 + e} = \frac{2.7 \times 1}{1 + 0.5} = 1.8 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} \end{cases}$$

۷۹- گزینه ۳ درست است.

ابتدا ضریب نفوذپذیری معادل لایه‌ها را تعیین می‌کنیم

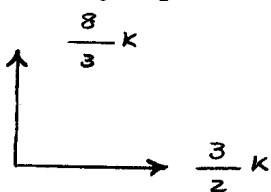


الف - ضریب نفوذپذیری معادل در جهت x:

$$K_h = \frac{K_1 H_1 + K_2 H_2}{H_1 + H_2} = \frac{K \times 5 + (2K) \times 5}{5 + 5} = \frac{15K}{10} = \frac{3}{2} K$$

ب - ضریب نفوذپذیری معادل در جهت y:

$$K_v = \frac{\frac{H_1 + H_2}{\frac{H_1}{K_1} + \frac{H_2}{K_2}}}{\frac{5 + 5}{\frac{5}{2K} + \frac{5}{4K}}} = \frac{40K}{15} = \frac{8}{3} K$$



$$K \text{ معادل} = \sqrt{K_x \times K_y} = \sqrt{\frac{3K}{2} \times \frac{8K}{3}} = 2K = 2 \times 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{day}}$$

برای محاسبه دبی جریان از ایده شبکه جریان و رابطه  $Q = KH \frac{Nf}{Nd} \times B \times n$  استفاده می‌کنیم در این رابطه:B - عرض لایه‌ها عمود بر صفحه  $B = 5 \text{ m}$ 

K - ضریب نفوذپذیری معادل

n - نسبت عرض به طول کانال‌های جریان  $n = \frac{5}{100}$ H - مقدار افت کل  $(H = 20 \text{ m})$ 

Nd - تعداد افت‌های پتانسیل (در این جا خطوطی که آب وارد و

Nf - تعداد کانال‌های جریان  $(Nf = 2)$ خارج می‌گردد خطوط هم پتانسیل ما هستند)  $Nd = 2$ 

$$Q = (2 \times 10^{-3})(20) \left(\frac{2}{2}\right) (5) \left(\frac{5}{100}\right) = 0.01 \frac{\text{m}^3}{\text{day}}$$

۸۰- گزینه ۲ درست است.

$$SL = \left[ \frac{W_1 - W_2}{W_2} - \frac{(V_1 - V_2) \gamma_w}{W_2} \right] \times 100 = \left[ \frac{W_1 - 0.8W_1}{0.8W_1} - \frac{(V_1 - 0.9V_1) \gamma_w}{0.8W_1} \right] \times 100 = \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \right) \times 100 = 12.5\%$$

۸۱- گزینه ۲ درست است.

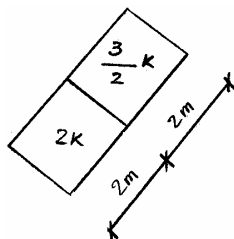
$$\gamma_1 = \gamma_2 \rightarrow \frac{\gamma_{d(1)}}{\gamma_{d(2)}} = \frac{1 + \omega_2}{1 + \omega_1} \xrightarrow{\omega_2 > \omega_1} \gamma_{d(1)} > \gamma_{d(2)}$$

۸۲- گزینه ۱ درست است.

ابتدا ضریب نفوذپذیری معادل را برای خاک (۱) و (۲) تعیین می‌کنیم:

$$\begin{aligned} K_3 &= 2K \\ K_2 &= K \\ K_1 &= 2K \end{aligned} \quad K_{eq(1/2)} = \frac{(2K) \times 0.5 + K \times (0.5)}{0.5 + 0.5} = \frac{1.5K}{1} = \frac{3K}{2}$$

سپس مقدار افت را برای لایه معادل (۱) و (۲) تعیین می‌کنیم که البته برابر افت لایه اول نیز می‌باشد.



$$h_1 = h_{eq(1/2)} = \frac{\left(\frac{\ell}{AK}\right)_{(1)} h}{\sum \frac{\ell}{AK}} = \frac{\frac{2}{1 \times \frac{3}{2} K}}{\frac{2}{1 \times \frac{3}{2} K} + \frac{2}{1 \times 2K}} h = \frac{4}{7} h = \frac{4}{7} \times 3.5 = 2m$$

$$i_1 = \frac{h_1}{\ell_1} = \frac{2}{2} = 1$$

$$V_1 = K_1 \times i_1 = 2 \times 1 = 2 \frac{cm}{s}$$

رابطه داری سرعت جریان آب در خاک را براساس سرعت ظاهری بیان می‌کند

برای محاسبه سرعت تراوش می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \gamma_{sat} = \frac{G_s + e}{1 + e} \gamma_w \rightarrow e = 0.5 \\ n = \frac{e}{1 + e} = \frac{0.5}{1 + 0.5} = \frac{1}{3} \end{cases} \rightarrow V_s = \frac{V}{n} = \frac{2}{\frac{1}{3}} = 6 \frac{cm}{s}$$

مقدار دبی عبوری از خاک (۱) نیز به صورت روبرو و قابل محاسبه است:

$$Q = A_1 \times V_1 = A_1 \times K_1 \times i_1 = \left(\frac{\pi}{4}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 2 \times 10^{-2} \times 1 = 0.00375 \frac{m^3}{s}$$

۸۳- گزینه ۲ درست است.

برای جریانی که از کناره‌ها وارد کانال می‌شود، سه لایه خاک با مشخصات زیر مدنظر خواهند بود:

$$H_1 = 1.5m, \quad k_1 = 1 \times 10^{-6} \frac{cm}{s}$$

$$H_2 = 1.5m, \quad k_2 = 3 \times 10^{-6} \frac{cm}{s}$$

$$H_3 = 1m, \quad k_3 = 2 \times 10^{-6} \frac{cm}{s}$$

بنابراین در محاسبه ضرائب نفوذپذیری معادل در راستای افقی و قائم خواهیم داشت:

$$k_{h(eq)} = \frac{(1 \times 10^{-6})(1.5) + (3 \times 10^{-6})(1.5) + (2 \times 10^{-6})(1)}{1.5 + 1.5 + 1} = 2 \times 10^{-6} \frac{cm}{s}$$

$$k_v(eq) = \frac{1.5+1.5+1}{\left(\frac{1.5}{1 \times 10^{-6}}\right) + \left(\frac{1.5}{3 \times 10^{-6}}\right) + \left(\frac{1}{2 \times 10^{-6}}\right)} = 1.6 \times 10^{-6} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$\frac{k_h(eq)}{k_v(eq)} = \frac{2 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-6}} = 1.25$$

۸۴- گزینه ۱ درست است.

با توجه به جدول، برای خاک C داریم:

$$P \cdot P_{200} = \frac{8+4}{2} = 6\% < 50\% \rightarrow \text{S یا G}$$

$$P \cdot P_4 = 100\% \rightarrow \text{S}$$

(در این حالت ذرات بزرگ‌تر از 4.75mm یعنی شن نداریم)

خاک حد فاصل است  $5 < P \cdot P_{200} < 12 \rightarrow$

$$\left\{ \begin{array}{l} P \cdot P(0.2\text{mm}) = \frac{14+6}{2} = 10\% \rightarrow D_{10} = 0.2\text{mm} \\ P \cdot P(0.6\text{mm}) = \frac{38+22}{2} = 30\% \rightarrow D_{30} = 0.6\text{mm} \\ P \cdot P(2\text{mm}) = \frac{65+55}{2} = 60\% \rightarrow D_{60} = 2\text{mm} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} c_u = \frac{D_{60}}{D_{10}} = \frac{2}{0.2} = 10 \xrightarrow{c_u > 6} \text{o.k} \\ c_c = \frac{D_{30}^2}{D_{60} \times D_{10}} = \frac{0.6^2}{2 \times 0.2} = 0.9 \xrightarrow{1 < c_c < 3} \text{not o.k} \end{array} \right. \Rightarrow \text{خاک بد دانه‌بندی شده P}$$

پس یک قسمت از نام خاک که مربوط به خواص درشت دانه است، SP می‌باشد. اما برای قسمت دوم که مربوط به خواص ریزدانه است، اطلاعاتی در دست نیست. بنابراین نام این قسمت SC یا SM خواهد بود که با توجه به گزینه‌ها نام خاک SP-SC است.

۸۵- گزینه ۳ درست است.

$$\Delta\omega = \frac{\Delta w_w}{w_s} = \frac{30 \times 1}{200} = 0.15$$

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega = 0.1 + 0.15 = 0.25$$

۸۶- گزینه ۱ درست است.

با توجه به این‌که خاک در رطوبت حد روانی مقاومت خود را از دست می‌دهد، می‌توان نتیجه گرفت که  $LL = 40$  است. در حد روانی نمونه اشباع است، بنابراین می‌نویسیم:

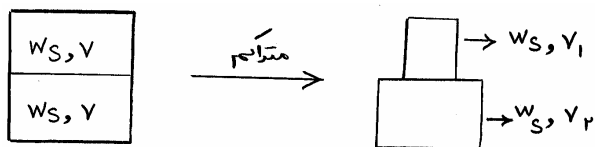
$$\omega G_s = S_r \cdot e \rightarrow 0.4 \times 2.5 = 1 \times e \rightarrow e = 1$$

و از آنجا وزن مخصوص خشک خاک را محاسبه می‌کنیم:

$$\gamma_d = \frac{G_s \gamma_w}{1+e} = \frac{2.5 \times 10}{1+1} = 12.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

توجه: اطلاعات مربوط به حد خمیری، دانه خمیری و حد انقباض اضافه بوده و تاثیری در حل مسئله ندارد.

۸۷- گزینه ۲ درست است.



$$\gamma_{d(1)} = \frac{W_s}{V_1} = a\gamma_{d(\max)} \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{b}{a} \rightarrow V_2 = \frac{a}{b}V_1$$

$$\gamma_{d(2)} = \frac{W_s}{V_2} = b\gamma_{d(\max)}$$

$$\gamma_d \text{ خاک متراکم} = \frac{W_s + W_s}{V_1 + V_2} = \frac{2W_s}{V_1 + \left(\frac{a}{b}\right)V_1} = \left(\frac{2b}{b+a}\right)(a\gamma_{d(\max)}) = \left(\frac{2ab}{a+b}\right)\gamma_{d(\max)}$$

$$\rightarrow \frac{\gamma_d \text{ خاک متراکم}}{\gamma_{d(\max)}} = \frac{2ab}{a+b} = \text{درصد تراکم}$$

۸۸- گزینه ۴ درست است.

الف - تعیین نام اول خاک:

$$P \cdot P_{200} = \left(\frac{1}{3}\right) \times 100 = 33\% < 50\% \rightarrow \text{S یا G}$$

$$P \cdot P_4^* > \left(\frac{P \cdot P_4 - P \cdot P_{200}}{100 - P \cdot P_{200}}\right) \times 100 = \left(\frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}}\right) \times 100 = 62.5\% > 50\% \rightarrow \text{S}$$

ب - تعیین نام دوم خاک:

$$P \cdot P_{200} = 33\% > 12\% \rightarrow \text{C یا M}$$

$$PI_A = 0.73(LL - 20) = 0.73 \times (30 - 20) = 7.3 < PI = 30 - 15 = 15 \xrightarrow{\text{بالای خط A قرار دارد}} C$$

نام خاک: SC

۸۹- گزینه ۴ درست است.

گزینه ۴ عبارت نادرستی است و به صورت زیر صحیح خواهد بود:

« ایلیت مرکب از ورقه‌های ژیبسیت می‌باشد که به دو ورقه سیلیکا یکی در بالا و یکی در پایین متصل شده‌اند.»

۹۰- گزینه ۳ درست است.

$$\left\{ \begin{aligned} k &= \frac{aL}{At} \ln\left(\frac{h_1}{h_2}\right) \\ \frac{A}{a} &= 200, \quad L = 8.4 \text{ cm}, \quad t = 7 \times 60 = 420 \text{ s}, \quad h_1 = 40 \text{ cm} \end{aligned} \right.$$

$$\rightarrow 0.0002 \text{ Ln}2 = \left(\frac{1}{200}\right) \left(\frac{8.4}{420}\right) \text{ Ln}\left(\frac{40}{h_2}\right) \xrightarrow{\text{بالای خط A قرار دارد}} h_2 = 10 \text{ cm}$$

## مکانیک سیالات و هیدرولیک

۹۱- گزینه ۲ درست است.

$$K = -V \left(\frac{\Delta p}{\Delta V}\right) = -300 \left(\frac{1}{-0.6}\right) = 500 \text{ MPa} = 0.5 \text{ GPa}$$

۹۲- گزینه ۲ درست است.

وقتی که جسم مورد نظر با اعمال نیروی ۱۸ نیوتنی در زیر آب نگه داشته می‌شود، با نوشتن رابطه تعادل در امتداد قائم برای آن خواهیم داشت:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow W + F = F_B, \quad W = 72 \text{ N}, \quad F = 18 \text{ N}$$

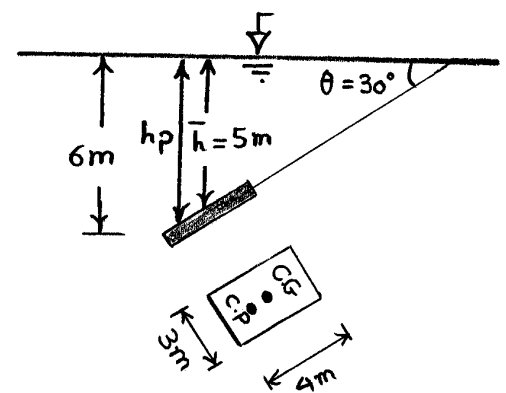
$$F_B = 72 + 18 = 90 \text{ N}$$

$$F_B = \gamma_w V \rightarrow 90 = 10000 \times V \rightarrow V = 0.009 \text{ m}^3$$

$$W = \gamma_s V \rightarrow 72 = \gamma_s \times 0.009 \rightarrow \gamma_s = 8000 \left( \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right)$$

$$S = \frac{\gamma_s}{\gamma_w} = \frac{8000}{10000} = 0.8$$

۹۳- گزینه ۱ درست است.



۹۴- گزینه ۳ درست است.

اندازه تنش برشی وارد به صفحه، در جهت جریان و به سمت چپ است و مقدار آن با استفاده از قانون لزجت نیوتن به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{cases} \tau = \mu \frac{du}{dy} \\ \mu = \rho \nu = (1000 \times 0.9)(4 \times 10^{-4}) = 0.36 \text{ Pa}\cdot\text{s} \end{cases} \rightarrow \tau_0 = \mu \left[ \frac{du}{dy} \right]_{y=0} = 0.36 \times \frac{3}{2} \left( \frac{U}{\delta} \right) = 0.54 \left( \frac{U}{\delta} \right) \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{3}{2} \left( \frac{U}{\delta} \right) - \frac{3}{2} \left( \frac{U}{\delta} \right) \left( \frac{y}{\delta} \right)^2 \rightarrow \left( \frac{du}{dy} \right)_{y=0} = \frac{3}{2} \left( \frac{U}{\delta} \right) - 0 = \frac{3}{2} \left( \frac{U}{\delta} \right)$$

۹۵- گزینه ۱ درست است.

با استفاده از روش سیال مجازی داریم:

$$h_e = \frac{35 - 1.5 \times 10}{10} = 2 \text{ m}$$

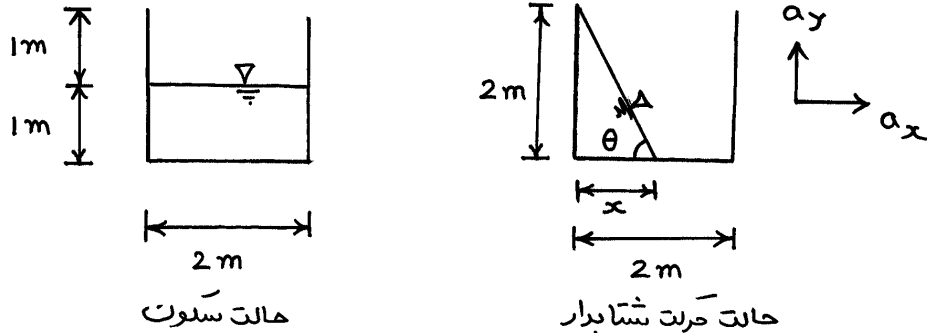
$$\sum F_y = 0 \rightarrow W + F_{\text{فجر}} = F_V, \quad F_V = \gamma V, \quad F_{\text{فجر}} = k \Delta x$$

$$(15) + \left( 100 \times \frac{10^{-3}}{10^{-2}} \right) (\Delta x) = (10) \left[ \frac{\pi}{4} \times 1^2 \times 2 + \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{6} \times 1^3 \right] \rightarrow \Delta x = 0.25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{\pi D^3}{6} \quad \text{توجه: حجم کره برابر است:}$$

۹۶- گزینه ۲ درست است.

با در نظر گرفتن دو موقعیت سکون و حرکت شتاب‌دار برای مخزن خواهیم داشت:



الف- حالت سکون

$$V_1 = 2 \times 1 \times 2 = 4m^3$$

ب- حالت حرکت شتاب‌دار

$$V_2 = V_1 - \Delta V = 4 - 2 = 2m^3$$

$$V_2 = x \times 2 \times \frac{1}{2} \times 2 = 2x \rightarrow 2 = 2x \rightarrow x = 1m$$

$$\tan \theta = \frac{a_x}{a_y + g} \rightarrow \frac{2}{1} = \frac{a_x}{a_y + 10} \rightarrow a_x = 2a_y + 20$$

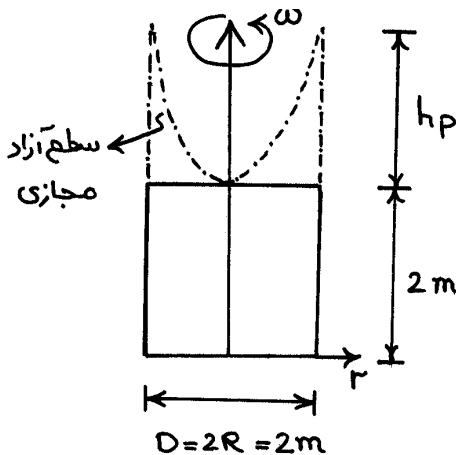
با بررسی گزینه‌ها مشخص می‌شود که به ازای  $a_x = 8$  و  $a_y = -6$  رابطه فوق برقرار خواهد بود.

$$(8) = 2 \times (-6) + 20$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ درست است.

۹۷- گزینه ۴ درست است.

با ترسیم سطح آزاد مجازی برای آب درون ظرف (به هنگام دوران)، خواهیم داشت:



$$h_p = \frac{\omega^2 R^2}{2g} = \frac{10^2 \times 1^2}{2 \times 10} = 5m$$

$$F = \gamma V = 10 \left[ (\pi \times 1^2)(2) + \frac{1}{2} (\pi \times 1^2)(5) \right] = 45\pi \text{ kN}$$

۹۸- گزینه ۱ درست است.

با نوشتن رابطه تعادل در امتداد قائم برای مجموعه مخزن و بلوک خواهیم داشت:

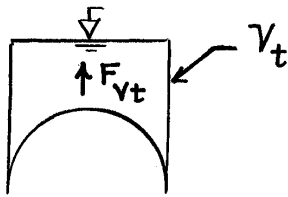
$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_y = 0 \rightarrow F_B + F_V = W \\ F_B = \text{نیروی شناوری وارد بر بلوک آهنی} \\ F_V = \text{نیروی فشاری که توسط هوای محبوس به بالای مخزن اعمال می‌شود} \\ W = \text{وزن مخزن و بلوک آهنی} \end{array} \right. \rightarrow$$

$$(1000 \times 10)(V) + (20 \times 10^3) \left( \frac{\pi \times 1^2}{4} \right) = (100 \times 10) + (8000 \times 10)(V)$$

$\pi=3$   
 $\rightarrow V = 0.2m^3$

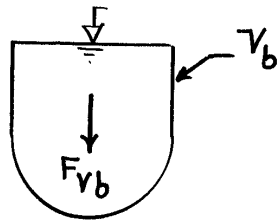
۹۹- گزینه ۴ درست است.

الف- محاسبه نیروی هیدرواستاتیک وارد بر نیمکره بالای: با استفاده از روش سیال مجازی داریم:



$$F_{vt} = \gamma_w V_t = \gamma_w \left[ \pi R^2 \times 2R - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3 \right] = \frac{4}{3} \pi R^3 \gamma_w$$

ب- محاسبه نیروی هیدرواستاتیک وارد بر نیم کره پایینی



$$F_{vb} = \gamma_w V_b = \gamma_w \left[ \pi R^2 \times 2R + \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3 \right] = \frac{8}{3} \pi R^3 \gamma_w$$

بنابراین به دست می آید:

$$\frac{F_{vb}}{F_{vt}} = \frac{\frac{8}{3} \pi R^3 \gamma_w}{\frac{4}{3} \pi R^3 \gamma_w} = 2$$

۱۰۰- گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} \sum M_c = 0 \rightarrow F \times R = F_H \times (h_p - \bar{h}) \\ F_H = \gamma \bar{h} A \\ h_p - \bar{h} = \frac{I_G}{A \bar{h}} \end{cases}$$

$$\rightarrow F \times R = (\gamma \bar{h} A) \left( \frac{I_G}{A \bar{h}} \right) \rightarrow F = \frac{\gamma I_G}{R} = \frac{(10) \left( \frac{\pi \times 2^4}{64} \right)}{1} = 2.5 \pi \text{ kN}$$

۱۰۱- گزینه ۲ درست است.

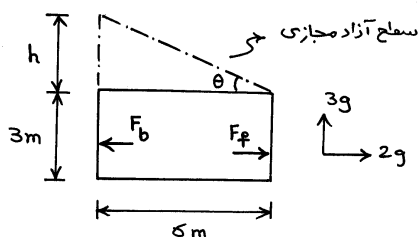
ضخامت کم

$$\tau = \mu \left( \frac{du}{dy} \right) \rightarrow \tau = \mu \left( \frac{V}{t} \right), \tau = \frac{F}{A}, V = r\omega \rightarrow$$

$$\frac{F}{A} = \mu \left( \frac{r\omega}{t} \right) \rightarrow \mu = \frac{Ft}{r\omega A} = \frac{(54)(0.05 \times 10^{-3})}{(0.01) \left( 600 \times \frac{\pi}{30} \right) (\pi \times 0.02 \times 0.05)} = 1.5 \text{ Pas}$$

۱۰۲- گزینه ۱ درست است.

با ترسیم سطح آزاد مجازی (به هنگام حرکت شتاب دار)، خواهیم داشت:



$$\tan \theta = \frac{a_x}{a_y + g} = \frac{2g}{3g + g} = \frac{1}{2} \rightarrow h = 6 \times \frac{1}{2} = 3m$$

$$\begin{cases} F_f = \left( \frac{0 + 3\gamma_w}{2} \right) (3 \times 2) = 9\gamma_w \\ F_b = \left( \frac{3\gamma + 6\gamma_w}{2} \right) (3 \times 2) = 27\gamma_w \end{cases} \rightarrow \frac{F_b}{F_f} = \frac{27\gamma_w}{9\gamma_w} = 3$$

۱۰۳- گزینه ۲ درست است.

در یک مایع پیوسته، فشار در یک تراز افقی یکسان است  $\left(\frac{\partial P}{\partial X} = \frac{\partial P}{\partial Z} = 0\right)$ ، بنابراین برای تراز (b-b) در دو شاخه چپ و راست داریم:

$$P_{\text{چپ}} = P_{\text{راست}} \rightarrow \left(\frac{F}{0.004}\right) + (7500 \times 5) = \left(\frac{40 \times 10^3}{0.4}\right) \rightarrow F = 250N$$

۱۰۴- گزینه ۳ درست است.

$$\begin{cases} dF = \tau dA = \mu \left(\frac{du}{dy}\right) dA \\ dA = 2\pi r ds, \quad ds = \frac{dr}{\sin \frac{\alpha}{2}} \rightarrow dA = \frac{2\pi r dr}{\sin \frac{\alpha}{2}} \\ \frac{du}{dy} = \frac{v}{t} = \frac{r\omega}{t} \quad (\text{ضخامت کم}) \end{cases}$$

$$\rightarrow dF = \mu \left(\frac{r\omega}{t}\right) \left(\frac{2\pi r dr}{\sin \frac{\alpha}{2}}\right) = \frac{2\pi\mu\omega r^2 dr}{t \sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$dT = dF \cdot r = \frac{2\pi\mu\omega r^3 dr}{t \sin \frac{\alpha}{2}} \rightarrow T = \int_0^R \frac{2\pi\mu\omega r^3 dr}{t \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{\mu\omega\pi R^4}{2t \sin \frac{\alpha}{2}}$$

با تغییر  $\alpha$  و ثابت ماندن سایر پارامترها، می توان نوشت:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\sin\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha_2}{2}\right)} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

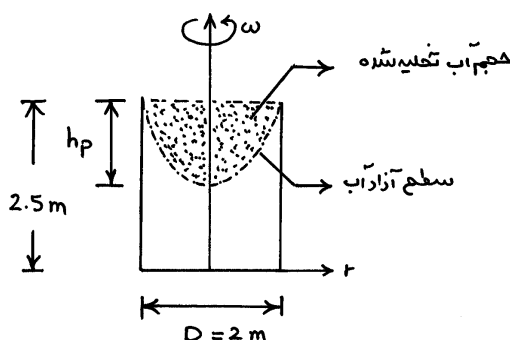
۱۰۵- گزینه ۲ درست است.

نیروی وارد بر یک طرف صفحه تخت که به صورت قائم در مایع قرار گرفته است، افقی بوده و طبق رابطه  $F_H = \gamma \bar{h} A$  محاسبه می شود. برای هر یک از سه وضعیت مورد اشاره داریم:

$$\begin{cases} F_1 = \gamma \left(a + \frac{2}{3}a\right) A = \frac{5}{3} \gamma A \\ F_2 = \gamma \left(a + \frac{1}{2}a\right) A = \frac{3}{2} \gamma A \rightarrow \frac{F_1}{10} = \frac{F_2}{9} = \frac{F_3}{8} \\ F_3 = \gamma \left(a + \frac{1}{3}a\right) A = \frac{4}{3} \gamma A \end{cases}$$

۱۰۶- گزینه ۱ درست است.

وضعیت سطح آزاد آب درون مخزن به هنگام دوران، به صورت زیر است:



$$h_p = \frac{\omega^2 R^2}{2g} = \frac{\left(50 \times \frac{\pi}{30}\right)^2 (1)^2}{2 \times 10} = 1.25 \text{ m}$$

$$V_1 = \pi \times 1^2 \times 2.5 = 7.5 \text{ m}^3$$

$$\Delta V = \frac{1}{2} \times \pi \times 1^2 \times 1.25 = 1.875 \text{ m}^3$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} = \frac{1.875}{7.5} = 0.25 = 25\%$$

۱۰۷- گزینه ۴ درست است.

$$MG = MB - GB = \frac{I}{V} - GB$$

$$GB = 2 - 0.5 = 1.5m$$

$$V = \frac{W}{\gamma_w} = \frac{1000 \times 10^3 \times 10}{10000} = 1000m^3$$

$$I_y = \frac{1}{12} \times 24 \times 10^3 + 4 \times \frac{6 \times 5^3}{12} = 2250m^4$$

$$I_x = \frac{1}{12} \times 10 \times 24^3 + 2 \times \frac{10 \times 6^3}{36} + 2 \times 14^2 \times 30 = 23400m^4$$

$$MG(x - x) = \frac{23400}{1000} - 1.5 = 21.9m$$

$$MG(y - y) = \frac{2250}{1000} - 1.5 = 0.75m$$

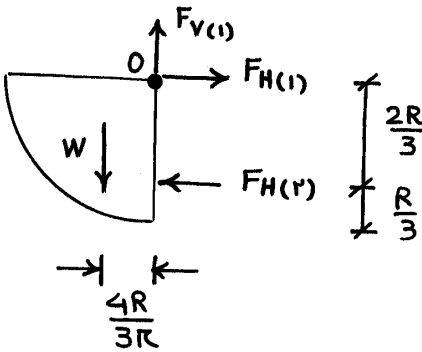
$$\frac{MG(x - x)}{MG(y - y)} = \frac{21.9}{0.75} = 29.2$$

۱۰۸- گزینه ۴ درست است.

یک جسم شناور زمانی پایدار است که ارتفاع متاسنتریک مثبت باشد. در این حالت ممکن است مرکز ثقل بالاتر، پایین تر یا روی مرکز شناوری قرار داشته باشد. اینکه در صورت سؤال از کلمه «فقط» استفاده شده عملاً یک گزینه را انتخاب و بقیه را نفی می‌کند، در صورتی که طبق توضیح ارائه شده، هر یک از گزینه‌ها با شرط مثبت بودن ارتفاع متاسنتریک می‌توانند باعث پایداری شوند.

۱۰۹- گزینه ۳ درست است.

ابتدا دیگرام آزاد دریچه را ترسیم می‌کنیم. در این حالت توجه داریم که می‌توان نیروهای افقی و قائم هیدرواستاتیک را که به قسمت دایروی دریچه وارد می‌شوند، به مرکز دایره یعنی نقطه O منتقل کرد (به علت این موضوع فکر کنید) سپس با نوشتن رابطه تعادل لنگرها حول O، خواهیم داشت:



$$\sum M_0 = 0 \rightarrow (W) \left( \frac{4R}{3\pi} \right) = (F_{H2}) \left( \frac{2R}{3} \right), \quad F_{H2} = \gamma \bar{h} A \rightarrow$$

$$(W) \left( \frac{4R}{3\pi} \right) = \left( 0.8 \gamma_w \times \frac{R}{2} \times R \times 2 \right) \left( \frac{2R}{3} \right) \rightarrow W = \frac{2}{5} \pi R^2 \gamma_w$$

۱۱۰- گزینه ۳ درست است.

$$F = \sigma L = \sigma [\pi D_1 + \pi D_2] = 0.07 [\pi \times 0.02 + \pi \times 0.01] = 0.0021\pi \text{ N}$$

### طراحی (راهسازی و روسازی)

۱۱۱- گزینه ۱ درست است.

چون شعاع قوس در جاده فرعی نسبت به سایر گزینه‌ها می‌تواند کمتر باشد لذا درجه قوس در اینگونه جاده‌ها به طور نسبی بیشتر است.

۱۱۲- گزینه ۳ درست است.

$$\text{فاصله عمودی} = \text{شیب} \times \text{فاصله افقی} \rightarrow \text{شیب} = \frac{\text{فاصله عمودی}}{\text{فاصله افقی}}$$

$$\rightarrow \frac{\text{فاصله عمودی}}{\text{حداکثر شیب}} = \text{حداقل فاصله افقی} \rightarrow \text{مقدار ثابت} = \text{فاصله عمودی}$$

$$\rightarrow \frac{\text{فاصله عمودی}}{\text{حداکثر شیب}} = (2000) = \text{دهانه پرگار} \times \text{حداقل فاصله افقی}$$

$$\text{دهانه پرگار} = \frac{\text{فاصله عمودی}}{2000 \left( \frac{5}{100} \right)} = \frac{10 \text{ m}}{100} = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

۱۱۳- گزینه ۴ درست است.

در ترسیم پروفیل طولی راه، مقیاس محور عمودی 10 برابر مقیاس محور افقی لحاظ می‌شود، پس جواب برابر  $\frac{1}{100}$  است.

۱۱۴- گزینه ۱ درست است.

با توجه به روابط  $E = R \left( \frac{1}{\cos \frac{\Delta}{2}} - 1 \right)$  و  $M = R \left( 1 - \cos \frac{\Delta}{2} \right)$  که در آن‌ها R شعاع قوس،  $\Delta$  زاویه تقاطع و E و M به ترتیب طول‌های خارجی و میانی قوس می‌باشند جواب برابر 29.3 متر می‌شود.

۱۱۵- گزینه ۳ درست است.

حداکثر مقدار e، 0.06 است.

$$R \geq \frac{V^2}{127.2(e+f)}$$

$$200 \geq \frac{V^2}{127.2(0.06+0.14)} \Rightarrow V \leq 71.33 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$$

بنابراین حداکثر سرعت ایمن برای عبور از این قوس  $70 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$  خواهد بود.

۱۱۶- گزینه ۳ درست است.

$$\ell_s \geq \frac{0.036 V^3}{R_c} \rightarrow \ell_s R_c \geq 0.036 V^3 \rightarrow A^2 \geq 0.036 V^3 \rightarrow A \geq \sqrt{0.036 V^3} \rightarrow A \geq 135.76 \rightarrow A = 140$$

۱۱۷- گزینه ۴ درست است.

$$y = \frac{\ell^3}{6R_c \ell_s} \rightarrow y_s = \frac{\ell_s^3}{6R_c \ell_s} = \frac{\ell_s^2}{6A^2}$$

$$\ell_s = 120 \text{ m}, A = 20\sqrt{30} \rightarrow R_c = 100 \text{ m} \left( A^2 = R_c \ell_s \right) \rightarrow y_s = 24 \text{ m}$$

۱۱۸- گزینه ۲ درست است.

$$R = 30\text{m}$$

$$\frac{2\pi R\gamma}{360} = \text{طول پیچ اصلی} = 110\text{m} \rightarrow \gamma = 210.19 \text{ درجه}$$

$$\Delta = \frac{3\pi}{4} = 135^\circ \rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\gamma = 180 + 2\beta - \alpha \rightarrow \beta = 37.5^\circ \approx 37^\circ$$

۱۱۹- گزینه ۲ درست است.

قوس‌های A و B محدب و قوس‌های C و D مقعر می‌باشند.

$$L \geq kA \quad A = |g_2 - g_1|$$

مقدار A برای هر چهار قوس A، B، C و D برابر است. از طرفی هر قدر سرعت طرح پایین‌تر باشد مقدار ضریب k نیز کمتر و بنابراین طول

قوس مورد نیاز کمتر می‌باشد. همچنین مقدار k در سرعت‌های کمتر از  $60 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$  برای قوس‌های محدب کمتر از قوس‌های مقعر متناظر (هم

سرعت) است پس قوس B جواب تست می‌باشد.

۱۲۰- گزینه ۴ درست است.

$$e = \frac{AL}{800} = \frac{8(300)}{800} = 3\text{m} \rightarrow y = \left(\frac{x}{L}\right)^2 \cdot 4e$$

$$x = L \Rightarrow y = 4e \rightarrow y = 12\text{m}$$

۱۲۱- گزینه ۳ درست است.

رویه شنی و رویه آسفالتی، هر دو از نوع روسازی انعطاف‌پذیر بوده و رویه بتنی از نوع روسازی سخت است.

۱۲۲- گزینه ۲ درست است.

CBR	تعداد نمونه‌های بزرگ‌تر مساوی	درصد نمونه‌های بزرگ‌تر مساوی
10	8	%100
10	8	%100
11	6	%75
11	6	%75
12	4	%50
12	4	%50
13	2	%25
14	1	%12.5

۱۲۳- گزینه ۳ درست است.

چون مهم‌ترین ویژگی مورد نظر در مخلوط مصالح شنی برخوردار از بیشترین مقاومت ممکن است لذا این ویژگی به هنگام استفاده از مقدار ریزدانه کافی (نه کم و نه زیاد) تأمین می‌شود.

۱۲۴- گزینه ۳ درست است.

$$P_i = 100 \left( \frac{d_i}{D} \right)^n$$

رابطه فولر

$$\left. \begin{array}{l} \text{مخلوط فاقد سنگدانه شنی} \rightarrow D = 2 \text{ mm} \\ \text{درصد ماسه} = ? \rightarrow d_i = 0.074 \text{ mm} \\ \text{حداکثر تراکم} \rightarrow n = 0.5 \end{array} \right\} p_i = 19.23$$

درصد عبوری از الک شماره ۲۰۰

$$100 - 19.23 = 80.76$$

درصد مانده روی الک شماره ۲۰۰ که همان درصد سنگدانه‌های ماسه است (با توجه به این که مخلوط فاقد سنگدانه‌های شن می‌باشد).

۱۲۵- گزینه ۱ درست است.

خاک‌های ریزدانه‌ی خمیری معمولاً با آهک تثبیت می‌شوند تا از خصوصیات خمیری آن‌ها کاسته شود.

۱۲۶- گزینه ۱ درست است.

$$M = \frac{\log 800 - \log p}{T_{RB} - 25} = \frac{2.9 - 2}{45 - 25} = 0.045 \quad (\text{گزینه ۱})$$

$$M = \frac{1}{50} \left( \frac{20 - PI}{10 + PI} \right) = \frac{2}{50} = 0.04 \quad (\text{گزینه ۲})$$

$$M = \frac{\log 800 - \log p}{T_{RB} - 25} = \frac{2.9 - 1.4}{80 - 25} = 0.027 \quad (\text{گزینه ۳})$$

$$M = \frac{1}{25} = 0.04 \quad (\text{گزینه ۴})$$

$$\Rightarrow \text{Max} = 0.045$$

۱۲۷- گزینه ۱ درست است.

مهم‌ترین نقش فیلر در بتن آسفالتی افزایش عمر روسازی و ازدیاد مقاومت آن در برابر تأثیر آب است.

۱۲۸- گزینه ۱ درست است.

با توجه به روابط:

$$p_a = 100 \times \frac{G_{mm} - G_{mb}}{G_{mm}}$$

$$p_c = 100 \times \frac{VMA - p_a}{VMA}$$

که در آن‌ها:  $p_a$  = درصد فضای خالی بتن آسفالتی

$p_c$  = درصد فضای خالی مصالح سنگی پر شده با فیلر

$G_{mm}$  = حداکثر چگالی نظری بتن آسفالتی

$G_{mb}$  = چگالی واقعی بتن آسفالتی

و  $VMA$  = درصد فضای خالی مصالح سنگی

می‌باشد مقدار  $G_{mb}$  برابر ۲.۳۴۶ به دست می‌آید.



۱۲۹- گزینه ۱ درست است.

$$p_2 = 0.05A + 0.1B + 0.5C = 0.05(50) + 0.1(40) + 0.5(10) = 11.5$$

$$\text{مخلوط } 111.5 \text{ kg} = 100 \text{ kg مصالح سنگی} + 11.5 \text{ kg قیر}$$

$$x = 23000 \text{ kg} = 23 \text{ تن} \quad 223 \times 1000 \text{ kg}$$

۱۳۰- گزینه ۴ درست است.

$$S_b = 4 \times 10^{8.8} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \rightarrow S_b = 4 \times 10^{3.8} \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \rightarrow n \approx 1 \rightarrow S_m = 11S_b \rightarrow S_m = 44 \times 10^{8.8} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$